This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

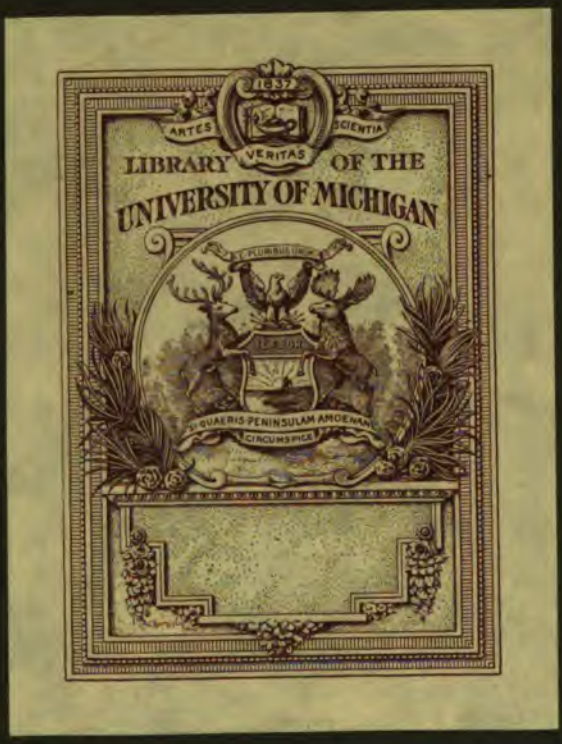
Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Astron. Obs.
QB
378
.T7
M59

B 504782

Meth, F Ueber die allgemeinen Jupiterstörungen vom (138) Tolosa

Digitized by Google



Digitized by Google

OBSERV
QB
378
.T7
M59

Ueber die allgemeinen Jupiterstörungen von (138) Tolosa.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT

ZU BERLIN.

Von

PAUL METH

aus Berlin.

Tag der Promotion: 1. Juni 1907.

Digitized by Google

Gift of
Univ. of
Berlin

Referenten:

Professor Dr. Bauschinger.
Professor Dr. Struve.

Göttingen 1907.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei
(W. Fr. Kaestner).

Berlin.
Mayer & Müller.

Digitized by Google

021011P8

Reclassed 2-17-38 gjm

Meinen Eltern.

169778

Digitized by Google

Digitized by Google

Die ständig wachsende Zahl der kleinen Planeten macht es immer schwieriger, ihrem Verlaufe auch nur mit rohen Ephemeriden zu folgen, geschweige denn, durch Berechnung der Störungen ein genaueres Bild von ihrer Bewegung zu geben. Schon für einen einzelnen Planeten erfordert die Störungsrechnung einen oft unverhältnismäßigen Aufwand von Mühe und Zeit. Sind die in Frage kommenden Positionen durch große Zeitintervalle getrennt, so ist es eine unangenehme Aufgabe, spezielle Störungen zu rechnen, da ein großer Teil der Arbeit gewissermaßen garnicht zur Verwertung kommt: dies gilt für die Zwischenzeiten, in denen die Beobachtungsdaten fehlen. In diesen Fällen ist es von großem Nutzen, absolute Störungen des betreffenden Planeten zu besitzen. Da diese jedoch immer eine sehr umfangreiche Rechnung erfordern, so ist es als ein sehr wichtiger Fortschritt zu begrüßen, daß es Herrn Professor Bohlin[1]) gelungen ist, den Ausdrücken der Störungen eine solche Form zu geben, daß ein Teil der Glieder zur Berechnung der Störungen mehrerer Planeten nutzbar gemacht und tabuliert werden kann.

Ist n die mittlere Bewegung des gestörten Planeten, so kann man die Bohlinsche Methode kurz dahin skizzieren, daß die Störungen zunächst für einen anderen, gedachten Planeten bestimmt werden, dessen mittlere Bewegung n_0 in einem rationalen Verhältnis zur mittleren Bewegung n' des störenden Planeten steht. Setzt man also $\frac{n'}{n} = \mu$, $\frac{n'}{n_0} = \mu_0$, so ist μ_0 eine rationale Zahl. Bezeichnet $f(\mu)$ den Betrag der Störungen in irgend einer Koordinate, und ist w eine mit $\mu - \mu_0$ verschwindende Größe, so bekommen die Störungen die Form

$$f(\mu) = f(\mu_0) f_1 + w(\mu_0) + w^2 f_2(\mu_0).$$

Die Größen $f(\mu_0)$, $f_1(\mu_0)$, $f_2(\mu_0)$ können für jeden Wert von μ_0 tabu-

1) Formeln und Tafeln zur gruppenweisen Berechnung der allgemeinen Störungen. 1896. Und: Sur le développement des perturbations planétaires. 1902.

Digitized by Google

liert werden, und man erhält dadurch die Koeffizienten der Störungsausdrücke für diejenige Gruppe von Planeten, deren μ in der Nähe des betreffenden μ_0 liegt.

Bohlin berücksichtigt nur die Störungen durch Jupiter, dessen mittlere Bewegung n' nahezu 300″ beträgt. Seine Hülfstafeln gelten für diejenigen Planeten, für die n in der Nähe von 900″ liegt, also für den Fall $\mu_0 = \frac{1}{3}$.

Die Differentialgleichungen, von denen ausgegangen wird, sind die Hansenschen; sie erfahren jedoch eine Aenderung durch Einführung eines neuen Arguments θ, das von dem Unterschiede der Größen n und n_0 herrührt. Wäre $n = n_0$, so reduzierte sich θ auf eine Konstante. In diesem Fall stimmen die Hansenschen und Bohlinschen Störungsausdrücke überein.

Neben θ treten noch die Argumente Θ und θ_1 auf, die aber in erster Annäherung mit θ zu identifizieren sind. Ich wende daher im folgenden immer nur die Bezeichnung θ an.

Die Integration der Differentialgleichungen mit den 2 Argumenten θ und ε (exzentrische Anomalie) geschieht durch Auflösung in ein System partieller Differentialgleichungen, wobei überall dort, wo ε und θ nebeneinander auftreten, in erster Näherung θ als konstant angesehen wird, da es sich bedeutend langsamer ändert als ε. Es ist nämlich $\theta = wg + G$, worin g die wahre Anomalie, G eine Integrationskonstante, und $w = 1 - \frac{\mu}{\mu_0}$ ist. Man erkennt, daß sich θ in der Tat nur sehr langsam ändern wird, wenn μ in der Nähe von μ_0 liegt. — Ich will bei dieser Gelegenheit angeben, wie die Integrationskonstante in der Rechnung zu bestimmen ist:

θ wird zunächst eingeführt durch die Gleichung

$$\mu_0\theta = \mu_0(nt + c) - (n't + c').$$

c ist die mittlere Anomalie des gestörten Planeten für die Epoche, c' dasselbe für den störenden Planeten. Im Fall $\mu_0 = \frac{1}{3}$ hat man für die Epoche:

$$\theta_{t=0} = c - 3c'.$$

Andrerseits erhält man durch Integration:

$$\theta = wg + G,$$

oder da $w = 1 - \frac{\mu}{\mu_0} = 1 - 3\mu$,

$$\theta = (1 - 3\mu)g + G.$$

Digitized by Google

Für $t = 0$ folgt hieraus $\theta_{t=0} = (1 - 3\mu)\ c + G$.

Durch Vergleichung der beiden Werte von $\theta_{t=0}$ findet man $G = 3(c\mu - c')$.

Es tritt hier die Kombination $c\mu - c'$ auf, die von der Hansenschen Theorie her bekannt ist, als ein Teil des Arguments der periodischen Funktionen.

Die Hansensche Funktion W bekommt durch Einführung des Arguments θ die Form

$$W = -\frac{w}{1-w} + V + W_1,$$

wo W_1 die Glieder vereinigt, welche nur θ enthalten. V enthält nur Glieder von der Ordnung der Störungen, während in W_1 ein Glied 0. Ordnung: w_1 auftritt. Im Verlauf der Analyse erscheint nun noch die Integrationskonstante w_0 und die Konstante $\varkappa$, die mit der vorigen durch die Gleichung $\varkappa = w_0\ (1 - w)$ verknüpft ist. Ueber deren Bestimmung ist folgendes zu bemerken:

Bis auf Glieder von der Ordnung der Störungen ist $w_0 = w_1$, wie aus der Bohlinschen Arbeit des nähern zu ersehen ist. Die oben angeführte Gleichung für W geht mit Vernachlässigung der Störungen über in

$$0 = -\frac{w}{1-w} + w_1,$$

sodaß $w_1 = \frac{w}{1-w}$ anzunehmen ist. Folglich ist in erster Näherung $\varkappa = w$.

Hiermit sind diejenigen Integrationskonstanten erledigt, welche der Theorie der Gruppenstörungen charakteristisch sind. Die übrigen 6 Konstanten können unter Zugrundelegung oskulierender Elemente nach den Hansenschen Formeln bestimmt werden. Bohlin empfiehlt jedoch ein anderes Verfahren, das im allgemeinen zu genaueren Resultaten führen wird und von mir im folgenden angewandt worden ist:

Die gestörte Bewegung wird dargestellt durch die Gleichungen

$$(1)\quad \varepsilon - e \sin \varepsilon = nt + c + n\delta\varepsilon$$

$$(2)\quad r \cos (v - \pi) = a\ (1 + \nu)\ (\cos \varepsilon - e)$$

$$(3)\quad r \sin (v - \pi) = a\ (1 + \nu) \cos \varphi \sin \varepsilon$$

$$(4)\quad tg \frac{v - \pi}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\ tg \frac{\varepsilon}{2}.$$

Die Gleichung (4) nimmt man mit, obwohl sie aus (2) und (3) abgeleitet wird, weil sie für manche Umformungen bequem ist.

Digitized by Google

$n\delta\varepsilon$ und ν enthalten je 2 Integrationskonstanten, andrerseits haben die Gleichungen die 4 Konstanten der elliptischen Bewegung: a, (n), e, c, π. Man kann nun entweder die Konstanten der elliptischen Bewegung als gegeben ansehen und daraus die Integrationskonstanten ableiten, was bei Zugrundelegung oskulierender Elemente geschieht, oder man bestimmt die Integrationskonstanten von $n\delta\varepsilon$ und ν in zweckmäßiger Weise und berechnet das zugehörige System a, e, π, c. Da jedoch a, e, π, c 0. Ordnung, die Integrationskonstanten aber 1. Ordnung in bezug auf die störende Masse sind, so richtet man es so ein, daß man nicht die vollen Werte a, e, π, c, sondern ihre Aenderungen aus den Integrationskonstanten ableitet. Die erhaltenen neuen elliptischen Konstanten a, e, π, c sind nicht oskulierende Elemente, sondern werden als „mittlere" zu bezeichnen sein. Da die willkürliche Bestimmung der Integrationskonstanten von $n\delta\varepsilon$ und ν auf unendlich viele Arten geschehen kann, so gibt es auch unendlich viele Systeme von mittleren Elementen.

Am einfachsten ist es nun, die Integrationskonstanten $= 0$ zu setzen. Um aus dem oskulierenden Elementensystem die mittleren Elemente zu erhalten, untersucht man zunächst allgemein: Wie ändert sich ein Elementensystem a, e, π, c, wenn die zugehörigen Störungsbeträge $n\delta\varepsilon$, ν durch Veränderung der Integrationskonstanten in $n\delta\varepsilon + \Delta n\delta\varepsilon$ und $\nu + \Delta\nu$ übergeführt werden?

Um die Inkremente Δa, Δe, $\Delta\pi$, Δc zu Δn, $\Delta\varepsilon$ und $\Delta\nu$ in Beziehung zu setzen, variiert man die Gleichungen (1) – (4) unter Festhaltung des Ortes des Planeten; r und v bleiben also konstant, dagegen ist ε veränderlich, weil sich der Anfangspunkt der Zählung der Winkel mit π verschiebt. Man eliminiert jedoch nachträglich $\Delta\varepsilon$, wozu (4) besonders geeignet ist. Man kommt auf diese Weise zu 2 Gleichungen für $\Delta n\delta\varepsilon$ und $\Delta\nu$. Man nimmt nun an, die Elemente $a + \Delta a = a_0$, $e + \Delta e = e_0$, $\pi + \Delta\pi = \pi_0$, $c + \Delta c = c_0$ seien oskulierende Elemente. Dann müssen nicht nur $n\delta\varepsilon + \Delta n\delta\varepsilon$ und $\nu + \Delta\nu$ verschwinden, sondern es muß auch $\frac{d}{d\varepsilon}(n\delta\varepsilon + \Delta n\delta\varepsilon) = 0$ und $\frac{d}{d\varepsilon}(\nu + \Delta\nu) = 0$ sein. Diese 4 Gleichungen enthalten die Unbekannten Δa, Δe, $\Delta\pi$, Δc. Schreibt man $a_0 - \Delta a = a$ u. s. w., so werden die mittleren aus den oskulierenden Elementen berechnet. Es wird noch $-\Delta a$ durch Δa_0 u. s. w. ersetzt; dann erhält man aus den 4 genannten Gleichungen:[1])

1) Vergl. v. Zeipel: Die Bestimmung der Integrationskonstanten in der Theorie der Gruppenstörungen. (Astr. Nachr. 3654.)

Digitized by Google

$$\frac{\Delta e_0}{1-e_0^2} = -\frac{\sin\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dv}{d\varepsilon}\right)_0 - \frac{\cos\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon}\left[3(\nu)_0 + \frac{2}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dn\delta z}{d\varepsilon}\right)_0\right]$$

$$\frac{e_0\Delta\pi_0}{\sqrt{1-e_0^2}} = \frac{\cos\varepsilon - e_0}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dv}{d\varepsilon}\right)_0 - \frac{\sin\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon}\left[3(\nu)_0 + \frac{2}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dn\delta z}{d\varepsilon}\right)_0\right]$$

$$\frac{3}{2}\frac{\Delta a_0}{a_0} = -\frac{\Delta n_0}{n_0} = \frac{1}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dn\delta z}{d\varepsilon}\right)_0 - \frac{3e_0\sin\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dv}{d\varepsilon}\right)_0 - \frac{2+e_0\cos\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon}\left[3(\nu)_0 + \frac{2}{1-e_0\cos\varepsilon}\left(\frac{dn\delta z}{d\varepsilon}\right)_0\right]$$

$$\Delta c_0 = -(n\delta\varepsilon)_0 - \sin\varepsilon\,(2-e_0^2-e_0\cos\varepsilon)\frac{\Delta\pi_0}{1-e_0^2} - (1-e_0\cos\varepsilon)^2\frac{\Delta\pi_0}{\sqrt{1-e_0^2}}.$$

Die mittleren Elemente sind $a = a_0 + \Delta a_0$, $e = e_0 + \Delta e_0$, $\pi = \pi_0 + \Delta\pi_0$, $c = c_0 + \Delta c_0$. Nach Hansen wird durch $(\,)_0$ angedeutet, daß in dem eingeklammerten Störungswert, die Konstanten = 0 gemacht worden sind.

Die Integrationskonstanten für die 3. Koordinate s bestimmt man am besten, indem man Knoten und Neigung als oskulierende Elemente bei der Bewegung der Bahnebene ansieht. Wird wieder durch den Index 0 angedeutet, daß die Integrationskonstanten in dem betreffenden Störungsbetrage zu 0 gemacht worden sind, und wird noch $\frac{u}{\cos i} = s$ gesetzt, so hat man für die 3. Koordinate

$$s = -el_1 + l\sin\varepsilon + l_1\cos\varepsilon + (s)_0,$$

wobei die Integrationskonstanten bestimmt werden aus:

$$l = -(s)_0\frac{\sin\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon} - \left(\frac{ds}{d\varepsilon}\right)_0\frac{\cos\varepsilon - e_0}{1-e_0\cos\varepsilon}$$

$$l_1 = -(s)_0\frac{\cos\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon} + \left(\frac{ds}{d\varepsilon}\right)_0\frac{\sin\varepsilon}{1-e_0\cos\varepsilon}$$

Der Uebersichtlichkeit wegen hat Bohlin die verschiedenen Teile der Störungen durch besondere Bezeichnungen herausgehoben. Er setzt $n\delta z = n\delta z_1 + n\delta z_2 + n\delta z_3$; einige sehr kleine Glieder, die mit $n\delta z_4$ zusammengefaßt werden, habe ich nicht mitgenommen. Ihr Betrag ist nämlich noch kleiner als der Betrag derjenigen Summanden, die in den später noch ausführlicher zu besprechenden unendlichen Summen vernachlässigt wurden.

In $n\delta z_1$, das nur aus Teilen der Funktion V hervorgegangen ist, tritt allein ε als Veränderliche auf. Es enthält säkulare und halbsäkulare, sowie kleine periodische Glieder; setzt man $\varkappa = w$, so ist

Digitized by Google

$$(n\delta s)_1 = \frac{l-m\eta}{2}\,\varepsilon^2 + (m-2l\eta)\,\varepsilon\sin\varepsilon - n\,\varepsilon\cos\varepsilon$$
$$-\frac{m\eta}{2}\,\varepsilon\sin 2\varepsilon + \frac{n\eta}{2}\varepsilon\cos 2\varepsilon$$
$$+(m-2l\eta)\cos\varepsilon + n\sin\varepsilon$$
$$-\frac{m\eta}{4}\cos 2\varepsilon - \frac{n\eta}{4}\sin 2\varepsilon;$$

η bedeutet immer die halbe Exzentrizität.

Aus W_1 und den von θ freien Gliedern in V entsteht $(n\delta z)_2$.

Hier ist noch zu bemerken, daß die in

$$n\delta z = -\frac{w}{1-w}\,nz + \frac{\theta_1}{1-w} + \zeta$$

auftretenden ersten beiden Glieder geschrieben werden können:

$$-\frac{w}{1-w}\,g + \frac{\varkappa g + G}{1-w} = \frac{\varkappa - w}{1-w}g - \frac{G}{1-w}.$$

Das erste Glied ist von Bohlin in $(n\delta z)_1$ aufgenommen worden, $\frac{G}{1-w}$ bleibt weg, weil es sich mit der Integrationskonstanten vereinigt. Das in den Bohlinschen Formeln auftretende $\frac{\theta}{1-w}$ habe ich daher aus $(n\delta z)_2$ weggelassen, sodaß in meiner Rechnung $(n\delta z)_2$ folgendermaßen lautet:

$$\begin{aligned}(n\delta z)_2 = {} & a_0 nt + r_{-2}^{(1)} \sin(\theta - 2\varepsilon + R_{-2}^{(1)}) \\ & + r_{-1}^{(1)} \sin(\theta - \varepsilon + R_{-1}^{(1)}) \\ & + r^{(1)} \sin(\theta + R^{(1)}) \\ & + r_1^{(1)} \sin(\theta + \varepsilon + R_1^{(1)}) \\ & + r_2^{(1)} \sin(\theta + 2\varepsilon + R_2^{(1)}) \\ & + r_3^{(1)} \sin(\theta + 3\varepsilon + R_3^{(1)}) \\ & + r^{(2)} \sin(2\theta + R^{(2)}) \\ & + r_1^{(2)} \sin(2\theta + \varepsilon + R_1^{(2)}) \\ & + r_2^{(2)} \sin(2\theta + 2\varepsilon + R_2^{(2)}).\end{aligned}$$

Die gewöhnlichen periodischen Störungen endlich sind zusammengefaßt im dritten Teil, den ich kurz so schreibe:

$$(n\delta z)_3 = J\Sigma R_{pq}.$$

Das Zeichen J bedeutet „imaginärer Teil“. Entsprechend wird nachher R für „reeller Teil“ angewandt.

Digitized by Google

Für die Störungen im Radius-Vektor hat man:

$$\nu = (\nu)_1 + (\nu)_2 + (\nu)_3,$$

wobei

$$\begin{aligned}
2(\nu)_1 &= -m\varepsilon\cos\varepsilon - n\varepsilon\sin\varepsilon - n\cos\varepsilon + m\sin\varepsilon \\
2(\nu)_2 &= -b_0 nt + s^{(1)}\cos(\theta + S^{(1)}) \\
&\quad + s_1^{(1)}\cos(\theta + \varepsilon + S_1^{(1)}) \\
&\quad + s_2^{(1)}\cos(\theta + 2\varepsilon + S_2^{(1)}) \\
&\quad + s^{(2)}\cos(2\theta + S^{(2)}) \\
&\quad + s_1^{(2)}\cos(2\theta + \varepsilon + S_1^{(2)}) \\
&\quad + s_2^{(2)}\cos(2\theta + 2\varepsilon + S_2^{(2)}) \\
2(\nu)_3 &= R\Sigma S_{pq}.
\end{aligned}$$

In den Ausdrücken für die 3. Koordinate sind zum Teil die Koeffizienten mit denselben Buchstaben bezeichnet, wie in ν und $n\delta\varepsilon$, doch ist die Bedeutung eine andere. Man hat: $s = (s)_1 + (s)_2 + (s)_3$, und es ist

$$\begin{aligned}
(s)_1 &= -m\varepsilon\cos\varepsilon - n\varepsilon\sin\varepsilon \\
&\quad - n\cos\varepsilon + m\sin\varepsilon \\
(s)_2 &= cnt + t^{(1)}\sin(\theta + T^{(1)}) \\
&\quad + t_1^{(1)}\sin(\theta + \varepsilon + T_1^{(1)}) \\
(s)_3 &= J\Sigma T_{pq}.
\end{aligned}$$

Die unendlichen Summen sind nach Potenzen von w geordnet. An ihnen erkennt man besonders leicht, wie im Fall $n = n_0$ die Bohlinschen in die Hansenschen Summen übergehen. Es ist nämlich z. B.

$$\begin{aligned}
(n\delta\varepsilon)_2 &= \Sigma R_{0pq}\sin[(i - i'\mu)\varepsilon + i'\mu\theta + n\Delta] \\
&\quad + w\Sigma R_{1pq}\sin[(i - i'\mu)\varepsilon + i'\mu\theta + n\Delta] \\
&\quad + w^2\Sigma R_{2pq}\sin[(i - i'\mu)\varepsilon + i'\mu\theta + n\Delta],
\end{aligned}$$

wobei ich zur Abkürzung in den Summationsbuchstaben die Aenderung habe eintreten lassen: $n + r = i$, $n - s = i'$. Für $n = n_0$ verschwinden die 2. und 3. Summe[1]). Ferner ist

$$\theta = wg + G = G = 3(\mu c - c');$$

μ hat den Wert von $\mu_0 = \frac{1}{3}$, also ist $\mu\theta = \mu c - c'$.

Ein Summand hat jetzt die Form:

$$R\sin(i - i'\mu)\varepsilon - i'(c' - \mu c) + n\Delta,$$

was wir auch so schreiben können:

---

1) Da, wie früher erwähnt, $w = 0$ wird.

Digitized by Google

$$[R\cos n\Delta]\sin[(i-i'\mu)\varepsilon-i'(c'-\mu c)]+[R\sin n\Delta]\cos[(i-i'\mu)\varepsilon-i'(c'-\mu c)].$$

Bei Hansen lautet dies Glied:

$$[i, i', s]\sin[(i-i'\mu)\varepsilon-i'(c'-\mu c)]+[i, i', c]\cos[(i-i'\mu)\varepsilon-i'(c'-\mu c)].$$

In den Gleichungen, aus denen man die Integrationskonstanten bestimmt, treten außer den Störungsbeträgen deren Differentialquotienten auf. Ich will jetzt die Ausdrücke aufstellen, die später ihrer Berechnung dienen werden:

Die Differentialgleichung für die Störungen in der mittleren Anomalie war

$$\frac{dn\delta\varepsilon}{d\varepsilon} = \overline{W}(1-e\cos\varepsilon),$$

worin

$$\overline{W} = -\frac{w}{1-w}+\overline{V}+\overline{W}_1.$$

Die Funktion $\overline{W}_1$ hat die Form $w_1+(\overline{W}_1)$, dabei ist

$$w_1 = \frac{w}{1-w}-\frac{f_1}{w}\cos(\theta+F_1)-\frac{f_2}{2w}\cos(2\theta+F_2).$$

Also ist

$$\overline{W}(1-e\cos\varepsilon) =$$

$$\overline{V}(1-e\cos\varepsilon)+[(\overline{W}_1)-\frac{f_1}{w}\cos(\theta+F_1)-\frac{f_2}{2w}\cos(2\theta+F_2)](1-e\cos\varepsilon).$$

Hierin ist

$$\begin{aligned}\overline{V}(1-e\cos\varepsilon) = {} & (l-m\eta)\varepsilon+(m-2l\eta)\varepsilon\cos\varepsilon+n\varepsilon\sin\varepsilon\\ & -m\eta\varepsilon\cos 2\varepsilon-n\eta\varepsilon\sin 2\varepsilon\\ & +R\Sigma A_{p,q}.\end{aligned}$$

Es bleibt noch $(\overline{W}_1)$ zu bestimmen.

Zunächst ist $(\overline{W}_1) = R[2v_1(y+\eta)]$, und

$$2v_1 = \frac{v_1}{w}e^{(V_1+\theta)i}+\frac{v_2}{2w}e^{(V_2+2\theta)i}-\frac{v_1'}{w}e^{(V_1'-\theta)i}$$

$$y = e^{\varepsilon i}.$$

Setzt man dies in die Funktion $(\overline{W}_1)$ ein, so geht sie über in:

Digitized by Google

$$(\overline{W_1}) = \frac{v_1}{w}[\cos(V_1+\varepsilon+\theta)+\eta\cos(V_1+\theta)]$$
$$+\frac{v_2}{2w}[\cos(V_2+\varepsilon+2\theta)+\eta\cos(V_2+2\theta)]$$
$$-\frac{v_1'}{w}\cos([V_1'+\varepsilon-\theta)+\eta\cos(V_1'-\theta)].$$

Zur Bestimmung von $\frac{d\nu}{d\varepsilon}$ geht man aus von

$$2\frac{d\nu}{d\varepsilon} = -\frac{\partial\overline{W}}{d\psi}.$$

Mit ψ ist die exzentrische Anomalie bezeichnet, dasselbe, was Hansen η nennt.

Nun ist

$$-\frac{\partial\overline{W}}{\partial\psi} = J[2v_1 y] - \frac{\partial\overline{V}}{\partial\psi},$$

wobei

$$\frac{\partial\overline{V}}{\partial\psi} = m\varepsilon\sin\varepsilon - n\varepsilon\cos\varepsilon - J\Sigma B_{pq}.$$

Mit Hülfe des vorher angeführten Ausdrucks für $2v_1$ erhält man:

$$J[2v_1 y] = \frac{v_1}{w}\sin(V_1+\theta+\varepsilon)+\frac{v_2}{2w}\sin(V_2+2\theta+\varepsilon)-\frac{v_1'}{w}\sin(V_1'+\varepsilon-\theta).$$

Für die 3. Koordinate endlich hat man:

$$\frac{ds}{d\varepsilon} = m\varepsilon\sin\varepsilon - n\varepsilon\cos\varepsilon - R[yD] + R\Sigma C_{pq}.$$

Es ist

$$D = \frac{v_1}{w}e^{(V_1+\theta)i},$$

so daß

$$R[yD] = \frac{v_1}{w}\cos(V_1+\theta+\varepsilon)$$

wird.

Die in den 3 Differentialquotienten auftretenden Größen A_{pq}, B_{pq}, C_{pq} sind den Hülfstafeln zu entnehmen.

Digitized by Google

Berechnung der Koeffizienten in den Ausdrücken für die Störungen der Tolosa (138).

Wir legen folgendes Elementensystem von v. d. Groeben[1]) zu Grunde:

Epoche: 1896 Februar 14.0 M. Z. Berlin.

$$\left.\begin{aligned} c &= 190^0\ 23'.82 \\ \pi &= 312\ \ 49.20 \\ \Omega &= 54\ \ 46.78 \\ i &= 3\ \ 13.33 \end{aligned}\right\} \text{M. Aequ. 1900.0}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 9\ \ 16.60 \\ n &= 924''.9117 \\ \lg a &= 0.389\ 2709 \end{aligned}$$

Für dieselbe Epoche und dasselbe Aequinoctium sind nach Leverrier die Jupiterelemente:

$$\begin{aligned} c' &= 107^0\ \ 40'.67 \\ \pi' &= 12\ \ 42.51 \\ \Omega' &= 99\ \ 26.21 \\ i' &= 1\ \ 18.52 \\ \varphi' &= 2\ \ 46.14 \\ n' &= 299''.1284 \\ \lg a' &= 0.716\ 2371 \end{aligned}$$

Man projiziert die beiden Bahnen auf eine um die Sonne beschriebene Kugel und bezeichnet den aufsteigenden Knoten der Tolosabahn auf der Jupitersbahn mit G, die aufsteigenden Knoten beider Bahnen auf der Ekliptik mit N und N', und die Lage der Perihelien mit P und P'. In der Entwicklung der Störungsfunktion spielen dann folgende Winkelgrößen eine Rolle:

$$NG = \Phi,\quad N'G = \Psi,\quad GP = \Pi,\quad GP' = \Pi',$$

und der Winkel J, den die beiden Bahnen mit einander bilden.

Es wird ferner gesetzt:

$$\Sigma = \Pi + \Pi',\ \Delta = \Pi - \Pi';$$

$$\eta = \frac{\sin\varphi}{2} = \frac{e}{2},\ \eta' = \frac{\sin\varphi'}{2} = \frac{e'}{2};$$

$$j^2 = \sin^2\frac{J}{2}\cos^2\frac{\varphi}{2}\cos^2\frac{\varphi'}{2},\qquad \iota = \sin J\,.\cos^2\frac{\varphi'}{2}.$$

---

1) Alle folgenden Angaben von v. d. Groeben oder Plath sind aus den Akten des Königlichen Recheninstitutes zu Berlin.

Digitized by Google

Aus dem Dreieck N, N', G erhält man dann die folgenden Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} \Psi &= 293^0\ 29'.3 \\ \Phi &= 338\ \ 7.2 \\ J &= \ \ 2\ \ 28.1 \\ \Pi &= 279\ \ 55.2 \\ \Pi' &= 339\ \ 47.0 \\ \Sigma_1 &= 259\ \ 42.2 \\ \Delta &= 300\ \ 8.2 \end{aligned}$$

Die andern, soeben definierten Größen werden:

$$\lg \eta = 8.90634, \qquad \lg \eta' = 8.38\ 301.$$
$$\lg j^2 = 6.66350, \qquad \lg \iota = 8.63\ 398.$$

Endlich ist $\lg w = 8.47366$, wobei $w = 1 - 3\frac{n'}{n}$ war.

Für die Konstante G erhält man:

$$G = 3(\mu c - c') = -138^0\ 17'.82.$$

Der Winkel G darf nicht, etwa um ihm eine für die Rechnung bequemere Form zu geben, um Vielfache von 360^0 geändert werden, da der aus ihm gebildete Winkel θ späterhin Divisionen unterworfen wird.

Die Bohlinschen Tafeln ergeben nach einer längeren Rechnung für die Konstanten, die in den Störungsausdrücken $n\delta s$ und v auftreten, folgende Werte (die Einheit ist überall die Bogensekunde):

$$\lg l = 8.97873; \quad \lg m = 0.08622; \quad \lg n = 0.86175$$

$$\begin{aligned} \lg v_1 \sin V_1 &= 1.21622_n, & \lg v_1' \sin V_1' &= 9.55043_n \\ \lg v_1 \cos V_1 &= 1.37071, & \lg v_1' \cos V_1' &= 9.53023_n \\ \lg v_2 \sin V_2 &= 0.03278 \\ \lg v_2 \cos V_2 &= 9.47900 \\ \lg f_1 \sin F_1 &= 0.56347 & \lg f_2 \sin F_2 &= 8.87564_n \\ \lg f_1 \cos F_1 &= 0.18371_n & \lg f_2 \cos F_2 &= 8.94285_n \\ \lg a_0 &= 1.45383_n & \lg a_1 \sin A_1 &= 0.60216_n \\ & & \lg a_1 \cos A_1 &= 0.23579 \\ \lg b_0 &= 9.27977 & \lg b_1 \sin B_1 &= 0.80261 \\ & & \lg b_1 \cos B_1 &= 0.61372_n \end{aligned}$$

Die Form der Störungen wird für die Berechnung geschmeidiger, wenn man für v, V, f, F, a, A, b, B die Größen r, R, s, S einführt. Ich gebe die umfangreichen Formeln, die bei Bohlin stehen,

Digitized by Google

nicht noch einmal an, sondern lasse sofort die Zahlen folgen, die sich aus ihnen ergeben:

$$\begin{aligned}
\lg r_{-2}^{(1)} &= 9.82924 & R_{-2}^{(1)} &= 133^0\ 40'.09\\
r_{-1}^{(1)} &\ \ 0.69844 & R_{-1}^{(1)} &= 173\ \ 49.53\\
r^{(1)} &\ \ 3.67109 & R^{(1)} &= 293\ \ 10.11\\
r_1^{(1)} &\ \ 2.96396 & R_1^{(1)} &= 325\ \ 20.44\\
r_2^{(1)} &\ \ 1.59541 & R_2^{(1)} &= 144\ \ 58.96\\
r_3^{(1)} &\ \ 0.49114 & R_3^{(1)} &= 324\ \ 58.96\\
r^{(2)} &\ \ 1.52958 & R^{(2)} &= 42\ \ 0.72\\
r_1^{(2)} &\ \ 1.28930 & R_1^{(2)} &= 74\ \ 23.39\\
r_2^{(2)} &\ \ 0.19313 & R_2^{(2)} &= 254\ \ 23.39
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lg s^{(1)} &= 2.51322 & S^{(1)} &= 128^0\ 0'.30\\
s_1^{(1)} &\ \ 2.96369 & S_1^{(1)} &= 145\ \ 10.67\\
s_2^{(1)} &\ \ 0.04899 & S_2^{(1)} &= 325\ \ 10.67\\
s^{(2)} &\ \ 0.18075 & S^{(2)} &= 254\ \ 23.39\\
s_1^{(2)} &\ \ 1.24930 & S_1^{(2)} &= 254\ \ 23.39\\
s_2^{(2)} &\ \ 8.64167 & S_2^{(2)} &= 74\ \ 23.39
\end{aligned}$$

Für die Neigungsstörungen hat man folgende Konstanten:

$$\lg m = 9.30709_n; \qquad \lg n = 0.09316_n$$
$$\lg v_1 \sin V_1 = 9.8257_n$$
$$\lg v_1 \cos V_1 = 9.3001_n$$
$$\lg c_0 = 8.47116_n; \qquad \lg c_1 \sin C_1 = 9.1166_n$$
$$\lg c_1 \cos C_1 = 8.0587_n$$

Statt $v_1\ V_1\ c_1\ C_1$ werden der bequemeren Rechnung halber folgende Größen eingeführt, über deren algebraischen Zusammenhang mit den eben genannten Constanten die Formeln in Bohlins Abhandlung Aufschluß geben:

$$\begin{aligned}
\lg t^{(1)} &= 0.41263 & T^{(1)} &= 273^0\ 27'.2\\
t_1^{(1)} &\ \ 1.35783 & T_1^{(1)} &= 73\ \ 24.2
\end{aligned}$$

Ueber die unendlichen Summen:
Die Summen, welche in $(n\delta s)_2$ auftreten haben die Form:

$$\begin{aligned}
&\Sigma R_{0pq}(n+r\cdot-n+s)\sin\{n\alpha+\alpha'\}\\
&+w\Sigma R_{1pq}(n+r\cdot-n+s)\sin\{n\alpha+\alpha'\}\\
&+w^2\Sigma R_{2pq}(n+r\cdot-n+s)\sin\{n\alpha+\alpha'\};
\end{aligned}$$

in $2(\nu)_2$ sind die Koeffizienten mit S bezeichnet, in $(s)_2$ mit T; ferner treten in $2(\nu)_2 \cos$ = Funktionen auf.

Digitized by Google

Ich habe im Vorstehenden zur Abkürzung gesetzt:

$$\varepsilon[(n+r)-(n-s)\mu_0]+(n-s)\mu_0\vartheta+n\Delta = n\alpha+\alpha'.$$

Man erkennt hieran, in welcher Weise die an den Koeffizienten angehängte Klammer $(n+r\cdot-n+s)$ die Zusammensetzung des Arguments angibt. Die Indices p, q sind die Exponenten der Faktoren $\eta^p\eta'^q$, mit denen jedes Glied zu multiplizieren ist. In $(s)_s$ hat außerdem jedes Glied den Faktor $\imath$, dessen numerischer Betrag bereits angegeben wurde. Es gibt einige Glieder, die als Index noch den Winkel Δ, Σ, Π oder Π' führen: bei solchen ist der betreffende Winkel im Argument des sin oder cos zu addieren; ferner gehört zum Index Δ oder Σ jedesmal der Faktor f^2.

Bohlin gibt in den Tafeln für die mittlere Anomalie etwa 300 Koeffizienten R und ebenso viele S; für T sind ungefähr 100 Logarithmen tabuliert. Die Zahl der zu berechnenden Summanden wächst also schon bei wenig Normalörtern in die Tausende. Wollte man alle Glieder berücksichtigen, so verlöre die Methode einen Teil ihres großen Vorzugs, das ist die Kürze der Rechnung. Man braucht auch nicht alle Terme mitzunehmen, denn sehr viele sind von bedeutend niedrigerer Größenordnung als die zum Schluß der Rechnung auftretende Differenz Beobachtung — Rechnung, sodaß deren Berücksichtigung illusorisch ist.

Ich habe meine Rechnung mit nicht mehr als 5 Dezimalen geführt, indem ich eine Genauigkeit von 0.″1 in der mittleren Anomalie anstrebte. Man wird darauf rechnen können, diesen Betrag nicht nach oben zu überschreiten, wenn man in $(n\delta\varepsilon)_s$ alle Glieder berücksichtigt, bei denen der Logarithmus des Koeffizienten der periodischen Funktion > 0.2 ist (Bogensekunde als Einheit); denn einerseits heben sich viele Glieder wegen des verschiedenen Vorzeichens auf, und anderseits muß man beachten, daß man in Wahrheit kleinere Glieder bekommt, als man ausgewählt zu haben schien, weil die periodischen Funktionen noch verkleinernd wirken. — Die Grenze 0.2 ist auch aus dem Grunde ganz zweckmässig gewählt, weil bei größerer Genauigkeit sofort eine unverhältnismäßig große Zahl von Gliedern mitzunehmen wäre.

Da $\mu_0 = \frac{1}{3}$ ist, so setzt sich das Argument aus Vielfachen von $\frac{\varepsilon}{3}$ und $\frac{\theta}{3}$, wozu noch Vielfache von Δ kommen, additiv zusammen. Man hat an dieser Stelle darauf zu achten, daß genau $\theta = 3(\mu c - c') + G$ genommen wird, und nicht um 360^0 verschieden davon, was aus andern Gründen oft bequem ist. Es ist mühsam,

Digitized by Google

die angegebene Zusammensetzung der Winkel für jeden Summanden vorzunehmen; daher empfiehlt es sich, Abkürzungen einzuführen, die die Bildung der Argumente erleichtern und übersichtlicher machen. Ich habe oben den zusammengesetzten Winkel im Argument des $\left\{\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}$ mit $\alpha n + \alpha'$ bezeichnet. Dabei ist

$$\begin{aligned} \alpha n &= \varepsilon(n - n\mu_0) + n\mu_0\theta + n\Delta \\ \alpha' &= \varepsilon(r + s\mu_0) - s\mu_0\theta. \end{aligned}$$

Diese Zerlegung zeigt an, das man sich zunächst den Winkel

$$\alpha = \frac{2}{3}\varepsilon + \frac{\theta}{3} + \Delta$$

bilden wird und danach α' für die in Frage kommenden Werte von s und r.

Es ist für

$$s = 0, \quad \alpha' = r\varepsilon$$

und für

$$r = 0, \quad \alpha' = s \cdot \frac{1}{3}(\varepsilon - \theta) = s.\beta,$$

wo

$$\beta = \frac{1}{3}(\varepsilon - \theta)$$

bedeutet.

Es treten dann noch folgende Wertepaare (r, s) auf, zu denen die nebenstehenden α' gehören:

$$\left.\begin{matrix} r = +1 \\ s = +1 \end{matrix}\right\} \quad \alpha' = \frac{1}{3}(4\varepsilon - \theta) = \gamma$$

$$\left.\begin{matrix} r = +1 \\ s = -1 \end{matrix}\right\} \quad \alpha' = \frac{1}{3}(2\varepsilon + \theta) = \delta$$

$$\left.\begin{matrix} r = -1 \\ s = -1 \end{matrix}\right\} \quad \alpha' = -\frac{1}{3}(4\varepsilon - \theta) = -\gamma$$

$$\left.\begin{matrix} r = -1 \\ s = +1 \end{matrix}\right\} \quad \alpha' = -\frac{1}{3}(2\varepsilon + \theta) = -\delta.$$

Da $\delta = \alpha - \Delta$ ist, so könnte man die Argumente, die δ enthalten, auch anders schreiben. Es trägt aber zur Uebersichtlichkeit bei, δ beizuhalten.

Ich gebe jetzt eine Zusammenstellung des Ausdrucks fü $n\delta\varepsilon$ unter Eintragung der angeführten Zahlenwerte, welche für die Tolosa gelten. Durch Einsetzen spezieller Werte der exzentrischen

Digitized by Google

Anomalie kann man aus den nachstehenden Angaben die Störungen für jeden Ort des gestörten Planeten berechnen. Da also ε in der folgenden Tabelle unbestimmt gelassen ist, jeder der von mir tabulierten Faktoren aber mit ε oder einer Funktion von ε multipliziert ist, so war es am zweckmäßigsten, die Faktoren so, wie man sie zur Rechnung braucht, d. h. in ihren logarithmischen Beträgen anzuführen. Neben $n\delta s$ befindet sich die analoge Zusammenstellung für $2v$. Die Einheit ist die Bogensekunde.

$$
\begin{aligned}
(n\delta s)_1 = {} & [7.1877_n]\,\varepsilon^2 \\
& + [0.08072]\,\varepsilon \sin\varepsilon - [0.86175]\,\varepsilon\cos\varepsilon \\
& - [8.6915]\,\varepsilon\sin 2\varepsilon + [9.4671]\,\varepsilon\cos 2\varepsilon \\
& + [0.08072]\,\cos\varepsilon + [0.86175]\sin\varepsilon \\
& - [8.3905]\,\cos 2\varepsilon - [9.1660]\sin 2\varepsilon
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
2(v)_1 = {} & \\
& - [0.08622]\,\varepsilon\cos\varepsilon - [0.86175]\,\varepsilon\sin\varepsilon \\
& - [0.86175]\,\cos\varepsilon + [0.08622]\sin\varepsilon
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(n\delta s)_2 = {} & [1.45383_n]\,nt\ ^1) \\
& + [9.82924]\sin(\theta - 2\varepsilon + 133^0\ 40'09) \\
& + [0.69844]\sin(\theta - \varepsilon + 173^0\ 49'53) \\
& + [3.67109]\sin(\theta + 293^0\ 10'11) \\
& + [2.96396]\sin(\theta + \varepsilon + 325^0\ 20'44) \\
& + [1.59541]\sin(\theta + 2\varepsilon + 144^0\ 58'96) \\
& + [0.49114]\sin(\theta + 3\varepsilon + 324^0\ 58'96) \\
& + [1.52958]\sin(2\theta + 42^0\ 0'72) \\
& + [1.28930]\sin(2\theta + \varepsilon + 74^0\ 23'39) \\
& + [0.19313]\sin(2\theta + 2\varepsilon + 254^0\ 23'39)
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
2(v)_2 = {} & - [9.27977]\,nt \\
& + [2.51322]\cos(\theta + 128^0\ 0'30) \\
& + [2.96369]\cos(\theta + \varepsilon + 145^0\ 10'67) \\
& + [0.04899]\cos(\theta + 2\varepsilon + 325^0\ 10'67) \\
& + [0.18075]\cos(2\theta + 254^0\ 23'39) \\
& +]1.24930]\cos(2\theta + \varepsilon + 254^0\ 23'39) \\
& + [8.64167]\cos(2\theta + 2\varepsilon + 74^0\ 23'39)
\end{aligned}
$$

Die erste Kolumne der folgenden Tabelle enthält die Exponenten der halben Exzentrizitäten: $\eta^r\,\eta'^{r'}$; darauf folgen die Zahlenwerte $n + r$, $-n + s$; entsprechend den Hanseschen i, i'. In der dritten Kolumne steht der Logarithmus des Koeffizienten der periodischen Funktion und in der vierten das Argument derselben, ausgedrückt durch die auf S. 18 definierten $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Die Angabe am Kopf der vierten Spalte läßt erkennen, um welche trigonometrische Funktion es sich handelt.

Zur Berechnung der Störungen hat man den Logarithmus in der dritten Spalte zu addieren zum betreffenden Logarithmus der periodischen Funktion des Arguments, das die vorletzte (vierte) Spalte angibt.

Die Faktoren, die aus der Summe mit dem Koeffizienten w herrühren, sind, um Verwechselungen vorzubeugen, hinter das Argument gesetzt. Glieder mit w^2 von der Größenordnung, wie wir sie berücksichtigen, sind nicht vorhanden.

1) Ich habe überall den Gliedern das Vorzeichen gelassen, das sie in den allgemeinen Formeln haben, deshalb steht hier z. B. nicht — [1.45483].

Digitized by Google

$(n\delta\varepsilon)_s$

pq	$n+r$	$-n+s$	Koeff.	sin	w Koeff.
00	+1	−1	2.17133„	α	1.1026
00	+2	−2	2.31202	2α	1.4930„
00	+3	−3	1.31906	3α	0.4627„
00	+4	−4	0.6543	4α	
10	+1	0	0.7567	ε	
10	+3	−2	1.01279„	$2\alpha+\varepsilon$	0.2493
10	−1	0	0.7567„	$-\varepsilon$	
10	0	−1	1.56727„	$\alpha-\varepsilon$	0.4708
10	+1	−2	2.59252	$2\alpha-\varepsilon$	1.7832„
10	+2	−3	1.38155	$3\alpha-\varepsilon$	0.5592„
10	+3	−4	1.2574„	$4\alpha-\varepsilon$	0.572
10	+4	−5	0.5660„	$5\alpha-\varepsilon$	
01	0	+1	0.94285„	β	
01	0	−1	0.94285	$-\beta$	
01	+1	−2	1.59272„	$\alpha-\beta$	0.8198
01	+2	−3	1.21731„	$2\alpha-\beta$	0.3301
01	+3	−4	1.02018	$3\alpha-\beta$	0.2908„
01	+4	−5	0.345	$4\alpha-\beta$	
20	+1	−1	1.01449„	α	
20	+2	−2	0.84939„	2α	
20	0	−2	0.70214	$2\alpha-2\varepsilon$	
20	+2	−4	1.7247„	$4\alpha-2\varepsilon$	
20	+3	−5	1.1818	$5\alpha-2\varepsilon$	
20	+4	−6	0.330	$6\alpha-2\varepsilon$	
11	−1	+1	0.4451„	$-\delta$	
11	+1	−1	0.3598„	$2\alpha-\delta$	
11	+2	−2	0.3866	$3\alpha-\delta$	
11	+1	−1	0.4451	δ	
11	0	−2	0.6889„	$\alpha-\gamma$	
11	+2	−4	1.7665	$3\alpha-\gamma$	0.6901„
11	+3	−5	1.2359„	$4\alpha-\gamma$	0.744
11	+4	−6	0.3974„	$5\alpha-\gamma$	
02	+2	−4	1.2008„	$2\alpha-2\beta$	
02	+3	−5	0.6851	$3\alpha-2\beta$	

$2(\nu)_s$

pq	$n+r$	$-n+s$	Koeff.	cos	w Koeff.
00	+1	−1	2.02467	α	0.885„
00	+2	−2	2.39115„	2α	1.5472
00	+3	−3	1.48666„	3α	0.612
00	+4	−4	0.868„	4α	
00	+5	−5	0.343„	5α	
10	+2	−1	0.740	$\alpha+\varepsilon$	
10	0	−1	0.307	$\alpha-\varepsilon$	

Digitized by Google

$2(\nu)_s$

pq	$n+r$	$-n+s$	Koeff.	cos	w Koeff.
10	+1	−2	2.31 102$_n$	$2\alpha-\varepsilon$	1.3525
10	+2	−3	0.751$_n$	$3\alpha-\varepsilon$	
10	+3	−4	1.3583	$4\alpha-\varepsilon$	0.656$_n$
10	+4	−5	0.720	$5\alpha-\varepsilon$	
10	+5	−6	0.221	$6\alpha-\varepsilon$	
01	0	+1	0.466	β	
01	0	−1	0.466	$-\beta$	
01	+1	−2	1.1813	$\alpha-\beta$	0.241$_n$
01	+2	−3	0.426	$2\alpha-\beta$	
01	+3	−4	1.1517$_n$	$3\alpha-\beta$	0.395
01	+4	−5	0.540$_n$	$4\alpha-\beta$	
20	+1	−1	0.889	α	
20	+2	−2	0.344$_n$	2α	
20	−1	−1	0.317$_n$	$\alpha-2\varepsilon$	
20	0	−2	1.156$_n$	$2\alpha-2\varepsilon$	
20	+2	−4	1.6433	$4\alpha-2\varepsilon$	0.490$_n$
20	+3	−5	1.2312$_n$	$5\alpha-2\varepsilon$	0.749
20	+4	−6	0.438$_n$	$6\alpha-2\varepsilon$	
11	+1	−1	0.314	$2\alpha-\delta$	
11	+2	−2	0.436$_n$	$3\alpha-\delta$	
11	+2	−2	0.317	$\alpha+\delta$	
11	+2	−4	1.6634$_n$	$3\alpha-\gamma$	0.315
11	+3	−5	1.2988	$4\alpha-\gamma$	0.784$_n$
11	+4	−6	0.533	$5\alpha-\gamma$	
02	+2	−4	1.0700	$2\alpha-2\beta$	
02	+3	−5	0.7643$_n$	$3\alpha-2\beta$	0.213

Die angeführten Glieder für 2ν braucht man nur in dem Falle sämtlich, daß man den für die Epoche gültigen Wert sucht, der bei der Bestimmung der Integrationskonstanten gebraucht wird. Bei der Nachrechnung der Oerter des Planeten tritt ν nur in der Verbindung $(1+\nu)$ auf. Da der aus der Störungsrechnung folgende Betrag 2ν halbiert und dann in Bogenmaß verwandelt wird, so erkennt man, daß bei fünfstelliger Rechnung nur die Glieder in 2ν auf das Resultat einen merkbaren Einfluß haben werden, bei denen der Logarithmus des Koeffizienten der periodischen Funktion >1 ist.

Ich lasse jetzt die Störungen in der 3. Koordinate folgen:

$$(s)_1 = -[9.30709_n]\,\varepsilon\cos\varepsilon\,^{1}) - [0.09316_n]\,\varepsilon\sin\varepsilon - [0.09316_n]\cos\varepsilon + [9.30709_n]\sin\varepsilon$$

1) So geschrieben, um das Vorzeichen der allgemeinen Formel beizubehalten.

Digitized by Google

$$(s)_3 = [8.47116_n]\, nt$$
$$+ [0.41263] \sin(\theta + 273^0\ 27'.2)$$
$$+ [1.35783] \sin(\theta + \varepsilon + 73^0\ 24'.2)$$

$(s)_2 =$ [0.416] sin $(\alpha - \beta - 339^0\ 47'.0)$ gehört zu $T_{00}(n. -n-1)_{-\pi'}$[1])

$+$ [0.062] sin $(2\alpha - \delta + 339^0\ 47'.0)$ „ „ $T_{10}(n-1.-n+1)_{+\pi'}$

$+$ [0.390] sin $(\alpha - \gamma - 339^0\ 47'.0)$ „ „ $T_{10}(n-1.-n-1)_{-\pi'}$

Der Umstand, daß die Neigung zwischen der Bahn des Jupiter und der der Tolosa nur sehr klein ist — es war $J = 2^0\ 28'.1$ — bringt es mit sich, daß die Störungen in der 3. Koordinate sehr klein bleiben. Es genügen daher im vorliegenden Fall auch die angegebenen Terme von $(s)_3$.

Ueber die Bestimmung der Integrationskonstanten habe ich bereits ausführlich gesprochen. Es bleiben nur noch die Zahlenwerte für die Koeffizienten und die Argumente in $R\Sigma A_{pq}$, $J\Sigma B_{pq}$, $R\Sigma C_{pq}$ zu bestimmen. Da diese dieselbe Zusammensetzung wie die in den Störungsbeträgen auftretenden Summen haben, so ordne ich sie in ein analoges Schema ein:

$R\Sigma A_{pq}$

pq	$n+r$	$-n+s$	Koeff.	cos	w Koeff.
00	0	0	1.467$_n$	0^0	
00	+1	−1	1.995$_n$	α	0.927
00	+2	−2	2.4370	2α	1.618$_n$
00	+3	−3	1.620	3α	0.764$_n$
00	+4	−4	1.080	4α	
00	+5	−5	0.625	5α	
10	+1	0	0.756	ε	
10	+3	−2	1.380$_n$	$2\alpha+\varepsilon$	0.617
10	+4	−3	0.560	$3\alpha+\varepsilon$	
10	−1	0	0.756	$-\varepsilon$	
10	0	−1	1.090	$\alpha-\varepsilon$	
10	+1	−2	2.1154	$2\alpha-\varepsilon$	1.306$_n$
10	+2	−3	1.381	$3\alpha-\varepsilon$	0.559$_n$
10	+3	−4	1.479$_n$	$4\alpha-\varepsilon$	0.794
10	+4	−5	0.934$_n$	$5\alpha-\varepsilon$	
10	+5	−6	0.513$_n$	$6\alpha-\varepsilon$	
10	+1	−2	1.116$_n$	$\alpha-\beta$	

1) Vgl. Bohlins Tafeln.

Digitized by Google

pq	$n+r$	$-n+s$	$R\Sigma A_{pq}$ Koeff.	cos	w Koeff.
01	+2	−3	1.217„	$2\alpha-\beta$	
01	+3	−4	1.242	$3\alpha-\beta$	0.513„
01	+4	−5	0.713	$4\alpha-\beta$	
20	+1	−1	0.839„	α	
20	+2	−2	0.975„	2α	
20	+1	−3	0.902„	$3\alpha-2\varepsilon$	
20	+2	−4	1.549„	$4\alpha-2\varepsilon$	0.559
20	+3	−5	1.307	$5\alpha-2\varepsilon$	0.841„
20	−4	−6	0.631	$6\alpha-2\varepsilon$	
11	+2	−2	0.511	$3\alpha-\delta$	
11	0	−2	0.512	$\alpha-\gamma$	
11	+1	−3	0.853	$2\alpha-\gamma$	
11	+2	−4	1.590	$3\alpha-\gamma$	0.514„
11	+3	−5	1.361„	$4\alpha-\gamma$	0.869
11	+4	−6	0.698„	$5\alpha-\gamma$	
02	+2	−4	1.025„	$2\alpha-2\beta$	
02	+3	−5	0.810	$3\alpha-2\beta$	

pq	$n+r$	$-n+s$	$J\Sigma B_{pq}$ Koeff.	sin	w Koeff.
00	+1	−1	1.849	α	0.709„
00	+2	−2	2.5161„	2α	1.672
00	+3	−3	1.788„	3α	0.913
00	+4	−4	1.294„	4α	
00	+5	−5	0.865„	5α	
10	+2	−1	0.963	$\alpha+\varepsilon$	
10	+1	−2	1.834„	$2\alpha-\varepsilon$	0.875„
10	+2	−3	0.750„	$3\alpha-\varepsilon$	
10	+3	−4	1.580	$4\alpha-\varepsilon$	0.878„
10	+4	−5	1.087	$5\alpha-\varepsilon$	
10	+5	−6	0.698	$6\alpha-\varepsilon$	
01	+1	−2	0.704	$\alpha-\beta$	
01	+3	−4	1.374„	$3\alpha-\beta$	0.617
01	+4	−5	0.908„	$4\alpha-\beta$	
01	+5	−6	0.535„	$5\alpha-\beta$	
20	+1	−1	0.714	α	
20	0	−2	0.980	$2\alpha-2\varepsilon$	
20	+1	−3	1.071	$3\alpha-2\varepsilon$	
20	+2	−4	1.467	$4\alpha-2\varepsilon$	
20	+3	−5	1.356„	$5\alpha-2\varepsilon$	0.874
20	+4	−6	0.739„	$6\alpha-2\varepsilon$	
11	+2	−2	0.561„	$3\alpha-\delta$	
11	+1	−3	0.990„	$2\alpha-\gamma$	
11	+2	−4	1.487„	$3\alpha-\gamma$	
11	+3	−5	1.424	$4\alpha-\gamma$	0.909„
11	+4	−6	1.834	$5\alpha-\gamma$	
02	+2	−4	0.894	$2\alpha-2\beta$	
02	+3	−5	0.889„	$3\alpha-2\beta$	

Digitized by Google

Von $R\Sigma C_{pq}$ habe ich nur die Glieder mitgenommen:

[0.101] $\cos(2\alpha+\beta+339^0\ 47'.0)$ gehört zu $C_{00}(n.\ -n+1)_{+n}$.
$\qquad\qquad\qquad

säkularen Teil und aus $R\Sigma A_{pq}$. Der Wert der säkularen Glieder beträgt für die Epoche:

$$-0\overset{'}{.}13,$$

und es ist $$R\Sigma A_{pq} = -1\overset{'}{.}09.$$

Berechnet man $(\overline{W}_1)$ nach S. 13, so wird

$$(\overline{W}_1) = +14\overset{'}{.}23$$

und

$$-\frac{f_1}{w}\cos(\theta+F_1)-\frac{f_2}{2w}\cos(2\theta+F_2) = -2\overset{'}{.}11$$

Man erhält aus diesen Zahlen:

$$\left(\frac{dn\delta\varepsilon}{d\varepsilon}\right)_0 = +12\overset{'}{.}83.$$

Ferner war

$$2\frac{dv}{d\varepsilon} = \frac{v_1}{w}\sin(V_1+\theta+\varepsilon)+\frac{v_2}{2w}\sin(V_2+2\theta+\varepsilon)$$
$$-\frac{v_1'}{w}\sin(V_1'+\varepsilon-\theta)+m\varepsilon\sin\varepsilon-n\varepsilon\cos\varepsilon-J\Sigma B_{pq}.$$

Die Glieder vor der Summe betragen

$$+6\overset{'}{.}25,$$
$$-J\Sigma B_{pq} = +3\overset{'}{.}92,$$

daher

$$2\left(\frac{dv}{d\varepsilon}\right)_0 = +10\overset{'}{.}17.$$

3. Koordinate:

$$\frac{ds}{d\varepsilon} = m\varepsilon\sin\varepsilon-n\varepsilon\cos\varepsilon-\frac{v_1}{w}\cos(V_1+\theta+\varepsilon)+R\Sigma C_{pq}.$$

Die ersten 3 Glieder haben den Wert:

$$-18\overset{''}{.}9;$$

es ist $$R\Sigma C_{pq} = -1\overset{''}{.}8,$$

also $$\left(\frac{ds}{d\varepsilon}\right)_0 = -20\overset{''}{.}7.$$

Aus den 6 genannten Beträgen der Störungen und ihrer Differentialquotienten berechnet man nach den Formeln auf S. 9 die 6 Integrationskonstanten. Es ergibt sich dabei Folgendes:

Digitized by Google

$$\Delta c_0 = +1'.65,\ \Delta\pi_0 = -22'.21,\ \Delta e_0 = +9'.39,$$
$$\Delta n_0 = +0'.02373,\ lg\Delta a_0 = 7.40053_n$$
$$lg\, l = 9.513_n,\ lg\, l_1 = 9.264_n \text{ (Bogenminute als Einheit).}$$

Addiert man die ersten fünf Konstanten zu den oskulierenden Elementen von 1896 Febr. 14.0, so erhält man die mittleren Elemente, mit denen die gestörten Oerter zu rechnen sind.

Die 3. Koordinate berechnet sich sodann aus

$$s = -el_1 + l \sin \varepsilon + l_1 \cos \varepsilon + (s)_0.$$

Ich stelle nunmehr die Elemente und Gleichungen zusammen, die zur Berechnung der geozentrischen Oerter dienen:

Mittlere Elemente:

$c = 190°\ 25'.47$, 1896 Febr. 14.0, M. Z. Berlin

$\pi = 312\ 26.99$
$\Omega = 54\ 46.78$ } Aequ. 1900.0
$i = 3\ 13.33$

$\varphi = 9\ 26.12$
$n = 15'.43893$
$lg\, a = 0.3888252$

$$\varepsilon - c \sin \varepsilon = nt + c + n\delta z$$
$$r \cos (v - \pi) = a (1 + \nu) (\cos \varepsilon - e)$$
$$r \sin (v - \pi) = a (1 + \nu) \cos \varphi \sin \varepsilon$$
$$\varrho \cos \delta \cos \alpha = r \sin a \sin (A + v - \Omega) + X + as \cos i \cos a$$
$$\varrho \cos \delta \sin \alpha = r \sin b \sin (B + v - \Omega) + Y + as \cos i \cos b$$
$$\varrho \sin \delta = r \sin c \sin (C + v - \Omega) + Z + as \cos i \cos c.$$

Die Gaußschen Konstanten betragen:

A	$= 144°\ 44'.22$	$lg \sin a$	$= 9.99954$	$lg \cos a$	$= 8.66198$
B	$= 55\ 58.87$	$\sin b$	9.95627	$\cos b$	9.63052_n
C	$= 49\ 11.50$	$\sin c$	9.63302	$\cos c$	$9.95571.$

Wir gehen nach diesen allgemeinen Feststellungen dazu über, die Erscheinungen der Tolosa aus den Jahren 1878, 1882, 1883/4, 1886, 1888, 1889, 1893, 1896, 1900 nachzurechnen. Zu diesem Zwecke stelle ich zunächst das Beobachtungsmaterial zusammen und leite daraus Normalörter ab.

Digitized by Google

Ableitung von neun Normalörtern.

Erscheinung 1878.

Im Berliner Jahrbuch von 1880 steht die Oppositionsephemeride, die ich auszugsweise wiedergebe. Sie reicht bis Juli 17.5. Durch Extrapolieren wurde daraus noch ein Ort für Juli 19 ... gefunden. Zu den im Jahrbuch gerechneten Ephemeriden gebe ich die Elemente im folgenden nicht an, weil nicht ausdrücklich vermerkt ist, ob die dort veröffentlichten Elemente genau so auch zur Ephemeridenrechnung vorgelegen haben.

Ephemeride	α	δ	lg ϱ	Ab.-Zeit
1878. Juni 21.5 (M.Z. Berlin)	18h 43m 15.45	−27° 6′ 26.″3	0.04097	9m 7′
22.5	18 42 18.96	−27 9 33.1	0.03989	9 6
23.5	18 41 21.60	−27 12 36.5	0.03889	9 4
24.5	18 40 23.46	−27 15 36.3	0.03799	9 3
25.5	18 39 24.65	−27 18 32.3	0.03718	9 2
26.5	18 38 25.25	−27 21 24.1	0.03646	9 1
27.5	18 37 25.36	−27 24 11.6	0.03583	9 1
28.5	18 36 25.10	−27 26 54.5	0.03530	9 0
29.5	18 35 24.56	−27 29 32.7	0.03486	8 59
Juli 15.5	18 20 4.37	−27 59 12.6	0.04049	9 6
16.5	18 19 14.80	−28 0 15.1	0.04159	9 8
17.5	18 18 26.66	−28 1 12.0	0.04277	9 9

Veröffentlichungen von Beobachtungen:

A. N. 2238. Leipzig. Juni 25. 27.
A. N. 2245. Wien. Juni 25.
A. N. 2326. Kremsmünster. Juni 22.
C. R. 87,310. Paris. Juni 24—28.
C. R. 87,765. „ Juli 16. 19.

Chronologisch geordnet lauten die Beobachtungen, wenn man Parallaxe und Planetenaberration berücksichtigt und die Zeitangaben auf M. Z. Berlin reduziert:

Digitized by Google

	1878.	M. Z. Berlin	*	α_B geoz.	α_R	$\Delta\alpha$ (B—R)
		Juni				
1.	Kremsmünster	22. 12h 4m 24s	1	18h 42m 24s.72	18h 42m 18s.79	+ 5s.93
2.	Paris	24. 13 3 35	*M*[1])	18 40 26.02	18 40 20.87	+ 5.15
3.	Wien	25. 11 22 56	2	18 39 31.44	18 39 26.17	+ 5.27
4.	Leipzig	25. 12 51 41	3	18 39 27.74	18 39 22.53	+ 5.21
5.	Paris	25. 12 58 41	*M*	18 39 27.47	18 39 22.21	+ 5.26
6.	Paris	26. 12 53 47	*M*	18 38 28.20	18 38 23.01	+ 5.19
7.	Leipzig	27. 12 41 36	4	18 37 28.63	18 37 23.62	+ 5.01
8.	Paris	27. 12 48 51	*M*	18 37 28.59	18 37 23.29	+ 5.30
9.	„	28. 12 43 56	*M*	18 36 28.39	18 36 23.25	+ 5.14
		Juli				
10.	„	16. 11 15 58	*M*	18 19 21.48	18 19 16.30	+ 5.18
11.	„	19. 11 1 47	*M*	18 17 1.67	18 16 56.83	+ 4.84

Fortsetzung:

	δ_B geoz.	δ_R	$\Delta\delta$ (B—R)
1.	− 27° 9′ 40″.1	− 27° 9′ 33″.7	− 6″.4
2.	− 27 15 45.7	− 27 15 44.2	− 1.5
3.	− 27 18 28.8	− 27 18 27.8	− 1.0
4.	− 27 18 43.0	− 27 18 38.5	− 4.5
5.	− 27 18 40.8	− 27 18 39.5	− 1.3
6.	− 27 21 33.2	− 27 21 30.5	− 2.7
7.	− 27 24 17.0	− 27 24 16.4	− 0.6
8.	− 27 24 21.0	− 27 24 17.2	− 3.8
9.	− 27 26 59.2	− 27 26 59.4	+ 0.2
10.	− 28 0 11.2	− 28 0 9.1	− 2.1
11.	− 28 2 54.2	− 28 2 47.6	− 6.6

Vergleichsterne:

*	α 1878.0	δ 1878.0	Katalog
1	18h 38m 2s.00	− 27° 6′ 50″.8	½ [P. 24576 + Cp_{80} . 10204]
2	18 38 24.94	− 27 37 27.7	Cp_{80} . 10206
3	18 41 59.51	− 27 15 36.3	½ [P. 24723 + Cp_{80} . 10234]
4	18 35 39.88	− 27 30 20.8	½ [Z. C. G. 25553 + M_2 . 7731].

Bei der Bildung des Normalorts wurde Beobachtung 1 und 11 ausgeschlossen, weil sie zu stark von den anderen abweichen.

1) Meridianbeobachtung.

Digitized by Google

I. Normalort: 1878 Juni 25.5, M. Z. Berlin.

α_r	$= 18^h\,39^m\,24^s.65$	$\delta_r = -27^0\,18'\,32''.3$
Mittel $\Delta\alpha$	$= +\,5.19$	$\Delta\delta = -\,1.9$
α_{app}	$= 18^h\,39^m\,29^s.84$	$\delta_{app} = -27^0\,18'\,34''.2$

Erscheinung 1882.

Ephemeride im Jahrb. f. 1884.

		$\alpha =$	$\delta =$	$\lg\varrho$	Ab.-Zeit
1882 Juli	20.5	$21^h\,23^m\,16^s.05$	$-21^0\,34'\,22''.9$	0.02808	$8^m\,51^s$
	21.5	21 22 34.27	−21 39 23.9	0.02676	8 49
	22.5	21 21 51.11	−21 44 25.7	0.02554	8 48
August	2.5	21 12 46.46	−22 38 17 4	0.01791	8 39
	3.5	21 11 52.66	−22 42 50.4	0.01778	8 38
	4.5	21 10 58.51	−22 47 17.9	0.01774	8 38
	10.5	21 5 31.72	−23 11 41.7	0.01953	8 41
	11.5	21 4 37.86	−23 15 18.3	0.02016	8 41
	12.5	21 3 44.45	−23 18 46.0	0.02089	8 42
	16.5	21 0 17.19	−23 31 2.4	0.02473	8 47
	17.5	20 59 27.45	−23 33 41.7	0.02592	8 48
	18.5	20 58 38.71	−23 36 10.6	0.02719	8 50

Literatur: A. N. 2474. Rom Juli 21.
C. R. 95,1018. Paris. Aug. 3—17.

Beobachtungen:

	M. Z. Berlin 1882.		*	α_s geoz.	α_r	$\Delta\alpha$ (s−r)
1.	Rom Juli 21.	$9^h\,53^m\,55^s$	1	$21^h\,22^m\,45^s.01$	$21^h\,22^m\,38^s.09$	$+\,6^s.92$
2.	Paris Aug. 3.	12 57 42	*M*	21 11 57.80	21 11 50.50	+ 7.30
3.	„ „ 11.	12 19 0	*M*	21 4 44.51	21 4 37.15	+ 7.36
4.	„ „ 17.	11 50 9	*M*	21 59 35.08	21 59 37.79	+ 7.29

Fortsetzung:

1.	$-21^0\,38'\,31''.4$	$-21^0\,38'\,56''.7$	$+25''.3$
2.	−22 42 35.1	−22 43 1.2	+ 26.1
3.	−23 14 52.5	−23 15 21.1	+ 28.6
4.	−23 33 15.6	−23 33 40.6	+ 25.0

Vergleichstern:

*	α 1882.0	δ 1882.0	Katalog
1.	$21^h\,20^m\,33^s.33$	$-21^0\,42'\,17''.7$	$\frac{1}{2}[M_1 . 28399 + P . 30308]$

Digitized by Google

Anm.: An der genannten Stelle sind noch 2 weitere Meridianbeobachtungen aus Paris angegeben. Ich habe sie aber nicht mitgenommen, weil sie vom Beobachter als unzuverlässig bezeichnet werden, und in der Tat die $\Delta\alpha$ bezw. $\Delta\delta$ von den obenstehenden abweichen.

II. Normalort: 1882 Aug. 10.5, M. Z. Berlin.

	$\alpha_z = 21^h\ 5^m\ 31^s.72$	$\delta_z = -23^0\ 11'\ 41''.7$
Mittel	$\Delta\alpha = +\ 7.22$	$\Delta\delta = +\ 26.3$
	$\alpha_{app} = 21^h\ 5^m\ 38^s.94$	$\delta_{app} = -23^0\ 11'\ 15''.4.$

Erscheinung 1883/4.

Ephemeride im Jahrb. f. 1885.

		α	δ	lg ϱ	Ab.-Zeit
1883 Dez.	27.5	$6^h\ 24^m\ 25^s.67$	$+26^0\ 37'\ 18''.8$	0.24601	$14^m\ 37^s$
	28.5	6 23 17.66	+26 38 40.4	0.24634	14 38
	29.5	6 22 9.80	+26 39 57.9	0.24675	14 39
1884 Jan.	5.5	6 14 26.22	+26 47 1.4	0.25163	14 49
	6.5	6 13 22.57	+26 47 45.1	0.25261	14 51
	7.5	6 12 19.78	+26 48 24.7	0.25365	14 53
	12.5	6 7 21.00	+26 50 45.0	0.25986	15 6
	13.5	6 6 24.69	+26 51 2.2	0.26129	15 9
	14.5	6 5 29.66	+26 51 15.9	0.26277	15 12

Literatur: A. N. 2634. Washington. Dez. 28. Jan. 6. 13.

Beobachtungen:

			M. Z. Berlin	*	α_z geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B−R)
		1883					
1.	Washington	Dez. 28.	$15^h\ 23^m\ 24^s$	1	$6^h\ 23^m\ 11^s.57$	$6^h 23^m\ 8^s.06$	$+3^s.51$
		1884					
2.	„	Jan. 6.	15 41 6	2	6 13 16.56	6 13 12.87	+3.69
3.	„	„ 13.	15 33 57	3	6 6 20.16	6 6 16.43	+3.73

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$ (B−R)
1.	$+26^0\ 38'\ 53''.8$	$+26^0\ 38'\ 51''.6$	$+2''.2$
2.	+26 47 57.4	+26 47 51.4	+6.0
3.	+26 51 9.7	+26 51 4.5	+5.2

Vergleichssterne:

*	$\alpha_{1883.0}$	$\delta_{1883.0}$	Katalog
1	$6^h\ 23^m\ 33^s.52$	$+26^0\ 43'\ 14''.9$	A. G. Cambr. 3289
	$\alpha_{1884.0}$	$\delta_{1884.0}$	
2	$6^h\ 16^m\ 21^s.96$	$+26^0\ 50'\ 8''.9$	„ 3193
3	6 5 32.47	+26 47 52.8	„ 3045

Digitized by Google

III. Normalort: 1884 Jan. 5.5, M. Z. Berlin.

α_z	$= 6^h\ 14^m\ 26^s.22$	$\delta_z = +26^0\ 47'\ 1''.4$
Mittel $\Delta\alpha$	$= +\ 3.64$	$\Delta\delta = +\ 4.5$
α_{app}	$= 6^h\ 14^m\ 29^s.86$	$\delta_{app} = +26^0\ 47'\ 5''.9$

Erscheinung 1886.

Elemente nach Plath.

Epoche und Oskulation 1886 Aug. 15.0, M. Z. Berlin.

$$\left.\begin{array}{rl} c = & 18^0\ 31'\ 5''.9 \\ \omega = & 257\ 31\ 52.0 \\ \Omega = & 54\ 47\ 47.1 \\ i = & 3\ 13\ 37.7 \end{array}\right\} 1890.0$$

$$\varphi = 9\ 18\ 2.9$$

$$n = 925''.8739$$

$$lg\, a = 0.3889699$$

Die folgende Ephemeride ist bis Sept. 26.5 neu berechnet, von 27.5 nach v. d. Groeben:

1886 M. Z. Berlin.		α		δ		lg φ	Ab.-Zeit
Sept.	19.5	$23^h\ 11^m\ 27^s.17$		$-11^0\ 9'\ 10''.3$		0.05180	$9^m\ 22^s$
	20.5	23 10 38.02		−11 12 13.8		0.05329	9 24
	21.5	23 9 49.72		−11 15 7.8		0.05486	9 26
	22.5	23 9 2.46		−11 17 50.9		0.05651	9 28
	23.5	23 8 16.25		−11 20 23.6		0.05825	9 30
	24.5	23 7 31.04		−11 22 45.1		0.06006	9 32
	25.5	23 6 47.10		−11 24 55.4		0.06195	9 35
	26.5	23 6 4.42		−11 26 54.5		0.06392	9 37
	27.5	23 5 23.01		−11 28 42.0		0.06596	9 39
	28.5	23 4 43.03		−11 30 17.6		0.06807	9 42
	29.5	23 4 4:39		−11 31 41.6		0.07026	9 45
	30.5	23 3 27.23		−11 32 53.7		0.07252	9 48
Okt.	1.5	23 2 51.63		−11 33 53.6		0.07484	9 51
	2.5	23 2 17.65		−11 34 41.1		0.07722	9 55
	3.5	23 1 45.31		−11 35 16.3		0.07966	9 58
	4.5	23 1 14.61		−11 35 39.3		0.08216	10 1
	5.5	23 0 45.49		−11 35 50.3		0.08472	10 5

Literatur: B. A. 4,55. Nizza. Sept. 20.21.
C. R. 104,153. Paris. Sept. 29.30.
C. R. 104,1206. „ Okt. 4.

Digitized by Google

Beobachtungen:

1886.	M. Z. Berlin	*	α_z geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B−R)
1. Nizza Sept. 20.	$10^h\,19^m\,53^s$	1	$23^h\,10^m\,49^s.60$	$23^h\,10^m\,41^s.40$	$+8^s.20$
2. „ „ 21.	9 3 30	1	23 10 3.78	23 9 55.57	+8.21
3. Paris „ 29.	11 4 20	*M*	23 4 14.17	23 4 5.86	+8.31
4. „ „ 30.	10 59 44	*M*	23 3 37.04	23 3 28.75	+8.29
5. „ Okt. 4.	10 41 35	*M*	23 1 24.19	23 1 16.24	+7.95

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$ (B−R)
1.	$-11^0\,11'\,6''.4$	$-11^0\,12'\,1''.4$	$+55''.0$
2.	−11 13 52.5	−11 14 47.1	+54.6
3.	−11 30 43.3	−11 31 38.6	+55.3
4.	−11 31 57.4	−11 32 50.9	+53.5
5.	−11 34 51.3	−11 35 38.4	+47.1

Vergleichstern:

*	α (1886.0)	δ (1886.0)	Katalog.
1	$23^h\,8^m\,43^s.51$	$-11^0\,18'\,30''.4$	P. 33388.

IV. Normalort: 1886 Okt. 1.5, M. Z. Berlin.

$\alpha_z = 23^h\,2^m\,51^s.63$ $\quad \delta_z = -11^0\,33'\,53''.6$

Mittel $\Delta\alpha = +8.19$ $\quad \Delta\delta = +53.1$

$\alpha_{app} = 23^h\,2^m\,59^s.82$ $\quad \delta_{app} = -11^0\,33'\,0''.5$

Erscheinung 1888.

Elemente nach Plath.

Epoche und Oskulation 1888 Febr. 6.0, M. Z. Berlin.

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 257\ 28\ 50.8 \\ \Omega &= 54\ 47\ 41.5 \\ i &= 3\ 13\ 37.7 \end{aligned}\right\} 1890.0$$

$$c = 157^0\ 25'\ 51''.9$$

$$\varphi = 9\ 19\ 6.4$$

$$n = 926''.05394$$

$$\lg a = 0.3889135$$

Ephemeride (v. d. Groeben).

M. Z. Berlin	α	δ	lg ϱ	Ab.-Zeit.
1888. Febr. 8.5	$7^h\,4^m\,44^s.19$	$+26^0\,43'\,32''.8$	0.29250	$16^m\,16^s$
9.5	7 4 5.47	+26 43 45.4	0.29439	16 20
10.5	7 3 28.37	+26 44 3.2	0.29633	16 25
11.5	7 2 52.94	+26 44 17.3	0.29831	16 29
12.5	7 2 19.22	+26 44 25.9	0.30032	16 34

Literatur: B. A. 5,148. Nizza, Febr. 9. 10. 11.

Digitized by Google

Beobachtungen:

1888			M. Z. Berlin.	*	α_z geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B−E)
1.	Nizza	Febr. 9.	$10^h\ 8^m\ 53^s$	1	$7^h\ 4^m\ 12^s.34$	$7^h\ 4^m\ 8^s.40$	$+3^s.94$
2.	„	„ 10.	8 44 33	2	7 3 37.11	7 3 33.31	+3.80
3.	„	„ 11.	8 52 26	3	7 3 1.31	7 2 57.46	+3.85

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$
1.	$+26^0\ 43'\ 39''.2$	$+26^0\ 43'\ 44''.2$	$-5''.0$
2.	+26 43 59.6	+26 44 1.0	−1.4
3.	+26 44 11.1	+26 44 15.8	−4.7

Vergleichsterne:

*	α (1888.0)	δ (1888.0)	Katalog
1	$7^h\ 4^m\ 50^s.87$	$+26^0\ 48'\ 29''.4$	A. G. Cambr. 3796
2	7 5 35.30	+26 45 2.0	„ 3808
3	7 2 43.76	+26 42 8.5	„ 3775

V. Normalort: 1888 Febr. 10.5, M. Z. Berlin.

$\alpha_z = 7^h\ 3^m\ 28^s.37$ $\quad$ $\delta_z = +26^0\ 44'\ 3''.2$

Mittel $\Delta\alpha = +3.86$ $\quad$ $\Delta\delta = -3''.7$

$\alpha_{app} = 7^h\ 3^m\ 32^s.23$ $\quad$ $\delta_{app} = +26^0\ 43'\ 59''.5$

Erscheinung 1889.

Elemente nach Plath.

Epoche und Oskulation 1889. April 1.0, M. Z. Berlin.

$c = 265^0\ 31'\ 24''.3$

$\omega = 257\ 27\ 53.5$

$\Omega = 54\ 47\ 31.5$ } 1890.0

$i = 3\ 13\ 37.7$

$\varphi = 9\ 20\ 2.8$

$n = 926''.27922$

$\lg a = 0.3888431$

Ephemeride (v. d. Groeben).

		α	δ	$\lg \varrho$	Ab.-Zeit.
1889 März	27.5	$13^h\ 40^m\ 39^s.62$	$-7^0\ 10'\ 34''.7$	0.19927	$13^m\ 8^s$
	28.5	13 39 51.74	−7 6 28.6	0.19763	13 5
	29.5	13 39 2.81	−7 2 18.2	0.19606	13 2
	30.5	13 38 21.83	−6 58 3.6	0.19455	12 59
	31.5	13 37 21.83	−6 53 45.2	0.19312	12 57

Digitized by Google

Literatur: B. A. 6,259. Nizza. März 28. 29. 30.

Beobachtungen:

1889	M. Z. Berlin	*	α_z geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B−R)
1. Nizza März 28.	$11^h\,18^m\,12^s$	1	$13^h\,39^m\,58^s.01$	$13^h\,39^m\,53^s.14$	$+4^s.87$
2. „ „ 29.	10 56 56	1	13 39 9.99	13 39 4.97	+5.02
3. „ „ 30.	10 26 35	1	13 38 18.98	13 38 14.00	+4.98

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$
1.	$-7^0\,7'\,7''.7$	$-7^0\,6'\,35''.8$	$-31''.9$
2.	$-7\,2\,59.8$	$-7\,2\,29.3$	-30.5
3.	$-6\,58\,40.4$	$-6\,58\,9.6$	-30.8

Vergleichstern:

*	α (1889.0)	δ (1889.0)	Katalog
1	$13^h\,39^m\,7^s.75$	$-7^0\,4'\,36''.5$	A. G. Wien. 4905.

VI. Normalort. 1889 März 29.5, M. Z. Berlin.

α_z	$= 13^h\,39^m\,2^s.81$	$\delta_z = -7^0\,2'\,18''.2$
Mittel $\Delta\alpha$	$= +4.96$	$\Delta\delta = -31.1$
α_{app}	$= 13^h\,39^m\,7^s.77$	$\delta_{app} = -7^0\,2'\,49''.3$

Erscheinung 1893.

Elemente nach Plath.

Epoche und Oskulation 1893 Mai 20.0. M. Z. Berlin.

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 257\,18\,2.1 \\ \Omega &= 54\,45\,44.8 \\ i &= 3\,13\,33.0 \end{aligned}\right\} 1890.0$$

$$c = 294^0\,1'\,56''.5$$
$$\varphi = 9\,16\,52.1$$
$$n = 925''.58076$$
$$\lg a = 0.3890615$$

Ephemeride (v. d. Groeben)

1893 M. Z. Berlin	α	δ	lg ϱ	Ab.-Zeit
Mai 4.5	$14^h\,44^m\,27^s.89$	$-14^0\,48'\,21''.7$	0.13527	$11^m\,20^s$
5.5	14 43 27.51	−14 45 22.1	0.13476	11 19
6.5	14 42 27.09	−14 42 22.2	0.13433	11 18
7.5	14 41 26.73	−14 39 22.5	0.13399	11 18
8.5	14 40 26.53	−14 36 23.2	0.13373	11 17

Digitized by Google

Ephemeride (Fortsetzung).

1893 M. Z. Berlin	α	δ	lg ϱ	Ab.-Zeit
Mai 9.5	$14^h\,39^m\,26^s.57$	$-14^\circ\,33'\,24''.7$	0.13355	$11^m\,17^s$
10.5	14 38 26.92	−14 30 27.4	0.13345	11 17
11.5	14 37 27.65	−14 27 31.5	0.13344	11 17
12.5	14 36 28.82	−14 24 37.4	0.13351	11 17

Literatur: B. A. 11, 257. Toulouse, Mai 6. 12.

Beobachtungen:

1893	M. Z. Berlin	*	α_z geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B—E)
1. Toulouse	Mai 6. $11^h\,2^m\,29^s$	1	$14^h\,42^m\,40^s.38$	$14^h\,42^m\,29^s.50$	$+10^s.88$
2. „	„ 6. 11 22 38	2	14 42 40.15	14 42 28.66	+11.49
3. „	„ 12. 11 19 26	3	14 36 42.11	14 36 30.47	+11.64

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$ (B—E)
1.	$-14^\circ\,43'\,29''.1$	$-14^\circ\,42'\,29''.4$	$-59''.7$
2.	−14 43 31.0	−14 42 26.9	−1′ 4″.1
3.	−14 25 44.6	−14 24 42.3	−1 2.3

Vergleichsterne:

*	α (1893.0)	δ (1893.0)	Katalog
1.	$14^h\,43^m\,21^s.06$	$-14^\circ\,48'\,3''.4$	W_1 14^h 763
2.	14 42 30.92	−14 46 46.2	M_2 5463
3.	14 39 58.02	−14 32 20.0	W_1 14^h 696

VII. Normalort: 1893 Mai 9.5, M. Z. Berlin.

α_z	$= 14^h\,39^m\,26^s.57$	δ_z	$= -14^\circ\,33'\,24''.7$
Mittel $\Delta\alpha$	$= +11.34$	$\Delta\delta$	$= -\quad 1\quad 2.0$
α_{app}	$= 14^h\,39^m\,37^s.91$	δ_{app}	$= -14^\circ\,34'\,26''.7$

Erscheinung 1896.

Elemente und Ephemeride nach v. d. Groeben.

Epoche und Oskulation 1896 Febr. 14.0, M. Z. Berlin.

$$
\left.\begin{aligned}
c &= 190^\circ\,25'\,9''.9\\
\omega &= 258\quad 0\quad 36.2\\
\Omega &= 54\quad 47\quad 4.1\\
i &= 3\quad 13\quad 20.7\\
\varphi &= 9\quad 16\quad 40.2
\end{aligned}\right\}\ 1900.0
$$

$$
\begin{aligned}
n &= 924''.90098\\
\lg a &= 0.3892742
\end{aligned}
$$

Digitized by Google

Ephemeride:

1896 M. Z. Berlin	α	δ	lg ϱ	Ab.-Zeit
Jan. 29.5	$9^h\,42^m\,22^s.27$	$+18^0\,54'\,43''.9$	0.27300	$15^m\,35^s$
Febr. 2.5	9 38 34.49	+19 15 33.2	0.27056	15 29
6.5	9 34 38.45	+19 35 55.4	0.26922	15 27
10.5	9 30 38.23	+19 55 27.0	0.26900	15 26
14.5	9 26 38.29	+20 13 46.1	0.26992	15 28
18.5	9 22 43.09	+20 30 33.2	0.27193	15 32
22.5	9 18 56.93	+20 45 32.5	0.27500	15 39

Literatur:

A. N. 144, 153. München. Febr. 17.
B. A. 16, 177. Toulouse. Febr. 5. 6. 10.

Beobachtungen:

1896	M. Z. Berlin	*	α_z geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B—E)
1. Toulouse Febr. 5.	$10^h\,1^m\,47^s$	1	$9^h\,35^m\,45^s.69$	$9^h\,35^m\,42^s.90$	$+2^s.79$
2. „ „ 6.	10 2 24	2	9 34 46.37	9 34 43.32	+3.05
3. „ „ 10.	10 53 8	3	9 30 44.11	9 30 41.01	+3.10
4. München „ 17.	8 15 34	4	9 23 53.34	9 23 50.30	+3.04

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$ (B—E)
1.	$+19^0\,30'\,16''.7$	$+19^0\,30'\,28''.9$	$-12''.2$
2.	+19 35 19.1	+19 35 30.8	−11.7
3.	+19 55 0.1	+19 55 13.7	−13.6
4.	+20 25 39.2	+20 25 52.7	−13.5

Vergleichsterne.

*	α (1896.0)	δ (1896.0)	Katalog
1.	$9^h\,36^m\,25^s.62$	$+19^0\,20'\,15''.0$	A. G. Berlin A. 3900
2.	9 35 48.17	+19 25 21.5	„ 3895
3.	9 31 8.73	+20 3 59.6	„ 3799
4.	9 25 53.39	+20 27 59.1	„ 3783

VIII. Normalort: 1896 Febr. 14.0 (M. Z. Berlin).

$\alpha_z = 9^h\,27^m\,8^s.30$ $\quad \delta_z = 20^0\,11'\,33''.2$

Mittel $\Delta\alpha = +3.00$ $\quad \Delta\delta = -12.8$

$\alpha_{app} = 9^h\,27^m\,11^s.30$ $\quad \delta_{app} = 20^0\,11'\,20''.4$

Digitized by Google

Erscheinung 1900.

Elemente nach v. d. Groeben.

Epoche u. Oskulation 1896 Febr. 14.0, M.Z. Berlin.

$$
\begin{aligned}
c &= 190^0\ 23'\ 49''.0 \\
\left.\begin{aligned}
\omega &= 258\ \ \ 2\ 25.2 \\
\Omega &= 54\ \ 46\ 47.0 \\
i &= 3\ \ 13\ 19.7
\end{aligned}\right\} & \ 1900.0 \\
\varphi &= 9\ \ 16\ 35.8 \\
n &= 924''.9117 \\
\lg a &= 0.389\,2709
\end{aligned}
$$

Ephemeride. (Neu berechnet).

	α	δ	$\lg \varrho$	Ab.-Zeit.
1900. Febr. 28.5	$10^h\ 22^m\ 9^s.51$	$15^0\ 25'\ 39''.4$	0.26 125	$15^m\ 10^s$
März 2.5	10 20 15.22	15 35 22.4	0.26 190	15 11
4.5	10 18 22.60	15 44 40.3	0.26 283	15 13
6.5	10 16 31.98	15 53 30.8	0.26 403	15 16
8.5	10 14 43.98	16 1 52.4	0.26 549	15 19

Literatur: B. A. 18, 279. Nizza. März 3.5.

Beobachtungen:

1900.	M. Z. Berlin	*	α_B geoz.	α_R	$\Delta\alpha$ (B—R)
1. Nizza. März 3.	$9^h\ 37^m\ 47^s$	1	$10^h\ 20^m\ 51^s.02$	$10^h\ 19^m\ 24^s.24$	$1^m\ 26^s.78$
2. „ „ 5.	10 3 6	1	10 18 57.84	10 17 31.50	1 26.34

Fortsetzung:

	δ_B geoz.	δ_R	$\Delta\delta$ (B—R)
1.	$+15^0\ 31'\ 27''.8$	$+15^0\ 39'\ 37''.1$	$-8'\ 9''.3$
2.	$+15\ \ 40\ \ 43.7$	$+15\ \ 48\ \ 47.6$	$-8\ \ 3.9$

Vergleichstern:

*	α (1900.0)	δ (1900.0)	Katalog
1	$10^h\ 16^m\ 27^s.81$	$+15^0\ 28'\ 46''.9$	A. G. Berlin A. 4123.

IX. Normalort: 1900 März 4.5, M. Z. Berlin.

$$
\begin{aligned}
\alpha_R &= 10^h\ 18^m\ 22^s.60 & \delta_R &= 15^0\ 44'\ 40''.3 \\
\text{Mittel } \Delta\alpha &= +1\ \ 26.56 & \Delta\delta &= -8\ \ \ 6.6 \\
\underline{a_{app}} &\underline{= 10^h\ 19^m\ 49^s.16} & \underline{\delta_{app}} &\underline{= 15^0\ 36'\ 33''.7}
\end{aligned}
$$

Digitized by Google

Ich stelle jetzt die Normalörter zusammen mit Angabe der Reduktion auf Aequ. 1900.0.

Datum	α_{app}	Reduktion auf 1900.0	α (1900.0)
I. 1878 Juni 25.5	279° 52′ 27.″6	+19′ 56.″6	280° 12′ 24.″2
II. 1882 Aug. 10.5	316 24 44.2	+14 49.4	316 39 33.6
III. 1884 Jan. 5.5	93 37 27.9	+14 48.3	93 52 16.2
IV. 1886 Okt. 1.5	345 44 57.0	+10 33.0	345 55 30.0
V. 1888 Febr. 10.5	105 53 3.5	+11 17.7	106 4 21.2
VI. 1889 März 29.5	204 46 56.6	+ 8 42.5	204 55 39.1
VII. 1893 Mai 9.5	219 54 28.6	+ 5 39.0	220 0 7.6
VIII. 1896 Febr. 14.0	141 47 49.5	+ 3 5.2	141 50 54.7
IX. 1900 März 4.5	154 57 17.5	− 0 24.9	154 56 52.6

	δ_{app}	Reduktion auf 1900.0	δ (1900.0)
I.	−27° 18′ 34.″2	+1′ 20.″3	−27° 17′ 13.″9
II.	−23 11 15.4	+4 5.0	−23 7 10.4
III.	+26 47 5.9	−0 12.1	+26 46 53.8
IV.	−11 33 0.5	+4 18.6	−11 28 41.9
V.	+26 43 59.5	−1 1.5	+26 42 58.0
VI.	− 7 2 49.3	−3 22.7	− 7 6 12.0
VII.	−14 34 26.7	−1 39.6	−14 36 6.3
VIII.	+20 11 20.4	−1 3.5	+20 10 16.9
IX.	+15 36 33.7	+0 10.1	+15 36 43.8

Berechnung der gestörten Oerter für die Epochen der 9 Normalörter.

Wir wollen jetzt mit Hülfe der vorher zusammengestellten Formeln die gestörten, geozentrischen Koordinaten der Tolosa berechnen, und zwar für die Zeitmomente, für welche die Normalörter gelten. Ich gebe zunächst an, welche Werte die Argumente in den Formeln erhalten müssen; da nt und ε zum Teil außerhalb periodischer Funktionen auftreten, auch Winkel, die ε enthalten, oft geteilt werden, so füge ich die Vielfachen von 360° mit hinzu. Aus dem letzten Grunde müssen auch die Winkel θ in negativer Form geschrieben werden.

Wählt man für t den mittleren Sonnentag als Einheit, so erhält man folgende Beträge:

Digitized by Google

Normalort		$t =$	$nt =$		
	I.	$-6442^{d}5$	-4×360^{0}	-215^{0}	$12'39$
	II.	-4935.5	-3×360	-188	1.70
	III.	-4422.5	-3×360	-56	13.70
	IV.	-3422.5	-2×360	-159	18.51
	V.	-2925.5	-2×360	-31	37.15
	VI.	-2512.5	-360	-285	30.68
	VII.	-1010.5		-259	37.06
	VIII.	$+0.0$		$+0$	0.00
	IX.	$+1479.5$	$+360$	$+20$	6.78

	Mittlere Anomalie.			Exzentrische Anomalie.				
I.	$nt + c =$	-4×360^{0}	$-24^{0}\ 48'58$	$\varepsilon =$	-4×360^{0}	$-29^{0}\ 20'07$	$\theta =$	$-181^{0}\ 53'58$
II.		-2×360	$-357\ 37.88$		-2×360	$-357\ 10.58$		$-170\ 22.20$
III.		-2×360	$-225\ 49.88$		-2×360	$-219\ 54.37$		$-166\ 26.83$
IV.		-360	$-328\ 54.69$		-2×360	$-323\ 24.32$		$-158\ 48.05$
V.		-360	$-201\ 13.34$		-360	$-198\ 19.16$		$-155\ 0.03$
VI.		-360	$-95\ 6.86$		-360	$-104\ 4.40$		$-151\ 50.55$
VII.			$-69\ 13.24$			$-78\ 15.82$		$-140\ 38.12$
VIII.			$+190\ 23.82$			$+188\ 57.53$		$-132\ 37.85$
IX.		$+360$	$+210\ 30.60$		$+360$	$+206\ 24.17$		$-121\ 19.17$

Setzt man diese Winkelbeträge in die Ausdrücke für $n\delta\varepsilon$, 2ν und s ein, so erhält man folgendes:

	$(n\delta\varepsilon)_1$	$+(n\delta\varepsilon)_2$		$+(n\delta\varepsilon)_3 = n\delta\varepsilon$		$2(\nu)_1$	$+2(\nu)_2$	$+2(\nu)_3 = 2(\nu)$	
I.	$+2.80$	$+1^{0}$	$40'43$	$-2'11$	$+1^{0}\ 41'12$	$-1'27$	$+9'28$	$-4'18$	$+3'83$
II.	$+2.17$	$+1$	22.57	$+9.08$	$+1\ 33.82$	$+0.38$	$+18.28$	$+1.87$	$+20.53$
III.	-1.70	$+$	58.22	-0.21	$+\ 56.31$	$+1.13$	-2.95	$+1.77$	-0.05
IV.	$+1.80$	$+$	58.39	-9.51	$+\ 50.68$	$+0.97$	$+19.08$	-3.33	$+16.72$
V.	-1.19	$+$	49.25	$+0.59$	$+\ 48.65$	$+0.30$	-8.72	-2.00	-10.42
VI.	-0.16	$+1^{0}$	$9'62$	-2.19	$+1\ 7.27$	-0.95	-0.72	$+0.30$	-1.37
VII.	-0.05	$+$	53.40	$+6.72$	$+1\ 0.07$	-0.20	$+9.52$	-3.45	$+5.87$
VIII.	$+0.36$	$+$	32.40	-0.96	$+\ 31.80$	$+0.25$	-9.15	$+1.15$	-7.75
IX.	$+0.93$	$+$	20.83	$+0.08$	$+\ 21.84$	$+0.81$	-4.65	$+1.07$	-2.77

	$(s)_1 +$	$(s)_2 +$	$(s)_3 =$	$(s)_0$	$s = -el_1 + l \sin\varepsilon + l_1 \cos\varepsilon + (s)_0$
I.	$+12''2$	$-11''8$	$-1''1$	$-0'01$	$+0'28$
II.	-3.8	-19.6	$+0.1$	-0.39	$-0'26$
III.	-11.4	$+19.8$	-5.8	$+0.04$	-0.34
IV.	-9.7	-14.2	$+2.4$	-0.36	-0.43
V.	-3.1	$+25.1$	$+3.7$	$+0.43$	$+0.19$
VI.	$+9.8$	$+3.5$	$+1.2$	$+0.24$	$+0.49$
VII.	$+1.9$	-10.9	$+2.5$	-0.11	$+0.22$
VIII.	-2.4	$+19.2$	-7.0	$+0.18$	$+0.03$
IX.	-8.3	$+9.3$	$+3.7$	$+0.08$	$+0.04$

Digitized by Google

Die Gleichungen für die gestörte elliptische Bewegung liefern mit den genannten Werten von $n\delta z$ und $2v$ für die gestörte mittlere Anomalie nz und die heliozentrischen Polarkoordinaten r, v = wahre Anomalie $+ \pi$:

	nz		$\lg r$	v	
I.	334°	21′31	0.32286	276°	54′25
II.	2	0.47	0.31245	315	16.88
III.	133	23.13	0.43984	97	42.73
IV.	30	23.58	0.32822	354	34.11
V.	158	27.54	0.45092	116	41.21
VI.	265	2.44	0.40571	199	24.33
VII.	291	24.50	0.37311	225	17.60
VIII.	190	57.27	0.45343	140	26.22
IX.	211	29.20	0.44778	155	37.19

Die geozentrischen Koordinaten werden:

	$\lg \varrho$	α_z		α_z		$\Delta\alpha$ $_{(z-z)}$	δ_z		δ_z		$\Delta\delta$ $_{(z-z)}$
I.	0.03725	280°	12′60	280°	12′40	− 0′20	− 27°	17′45	− 27°	17′23	+ 0′22
II.	0.01959	316	35.40	316	39.56	+ 4.16	− 23	8.21	− 23	7.17	+ 1.04
III.	0.25152	93	51.77	93	52.27	+ 0.50	+ 26	47.13	+ 26	46.90	− 0.23
IV.	0.07457	345	54.26	345	55.50	+ 1.24	− 11	29.36	− 11	28.70	+ 0.66
V.	0.29627	106	3.04	106	4.35	+ 1.31	+ 26	43.19	+ 26	42.97	− 0.22
VI.	0.19608	204	55.94	204	55.65	− 0.29	− 7	6.50	− 7	6.20	+ 0.30
VII.	0.13220	219	58.12	220	0.13	+ 2.01	− 14	35.63	− 14	36.11	− 0.48
VIII.	0.26971	141	50.98	141	50.91	− 0.07	+ 20	10.21	+ 20	10.25	+ 0.04
IX.	0.26250	154	57.21	154	56.88	− 0.33	+ 15	36.55	+ 15	36.73	+ 0.18

Neben den gerechneten Koordinaten α_z und δ_z stehen hier die beobachteten α_z, δ_z; das sind die aus den Normalörtern hergenommenen Werte. Auf Grund der Abweichungen $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, die ich in dieser Zusammenstellung gebildet habe, sollen nunmehr die mittleren Elemente, mit denen die Berechnung der Oerter I—IX ausgeführt wurde, verbessert werden. Der Bahnverbesserung wird die Tietjensche Methode zu Grunde gelegt, und zwar nach der Darstellung, die Herr Prof. Bauschinger in seinem Buch über „Bahnbestimmung“ gibt. Ich will nicht die ausführlichen Formeln geben, aus denen die Bedingungsgleichungen folgen; nur die Art, wie die neuen Koordinaten, auf die sich die Gleichungen beziehen, abgeleitet werden, möge hier folgen:

Man bestimmt χ, ψ, Ψ aus folgendem System:

Digitized by Google

$$\cos\chi\sin(\varpi+v+\psi) = \sin i\sin\delta+\cos i\cos\delta\sin(\alpha-\Omega)$$
$$\cos\chi\cos(\varpi+v+\psi) = \cos\delta\cos(\alpha-\Omega)$$
$$\cos\chi\sin\Psi = \sin i\cos(\alpha-\Omega)$$
$$\cos\chi\cos\Psi = \cos i\cos\delta+\sin i\sin\delta\sin(\alpha-\Omega)$$
$$\sin\chi = \cos i\sin\delta-\sin i\cos\delta\sin(\alpha-\Omega)$$

Zur Anwendung dieser Formeln sind die Ekliptikalelemente des Planeten auf den Aequator zu übertragen. Die betreffenden Werte sind:

$$\left.\begin{array}{rrr} \varpi = & 307^0 & 13'.92 \\ \Omega = & 6 & 8.19 \\ i = & 25 & 26.36 \end{array}\right\} \text{Aequator } 1900.0$$

Man erhält folgende Zahlenwerte:

	ψ	lg sin χ	lg cos χ	lg sin Ψ	lg cos Ψ
I.	$+1^0\,55'.9$	8.52111$_n$	9.99976	8.48437	9.99980
II.	356 41.7	8.73473$_n$	9.99936	9.44641	9.98233
III.	355 28.7	8.37533	9.99988	8.22997	9.99994
IV.	347 36.4	8.53477$_n$	9.99974	9.60568	9.96144
V.	347 24.1	8.44789	9.99983	8.87013	9.99880
VI.	356 46.8	8.66762$_n$	9.99953	9.62836$_n$	9.95674
VII.	356 27.4	7.59930	0.00000	9.55228$_n$	9.97045
VIII.	357 2.0	8.47502	9.99981	9.48813$_n$	9.97840
IX.	355 6.8	8.45897	9.99982	9.56541$_n$	9.96847

Aus den Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung: $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ leitet man für die Koordinaten ψ und χ aus folgenden Relationen die entsprechenden Differenzen ab:

$$\cos\chi\,\Delta\psi = +\cos\Psi\cos\delta\,\Delta\alpha+\sin\Psi\Delta\delta$$
$$\Delta\chi = -\sin\Psi\cos\delta\,\Delta\alpha+\cos\Psi\Delta\delta.$$

Die numerischen Beträge sind:

	$\cos\chi\Delta\psi$	$\Delta\chi$
I.	$-0'.171$	$+0'.225$
II.	$+3.960$	-0.070
III.	$+0.443$	-0.238
IV.	$+1.370$	$+0.095$
V.	$+1.150$	-0.306
VI.	-0.388	$+0.150$
VII.	$+1.990$	$+0.245$
VIII.	-0.075	$+0.018$
IX.	-0.362	$+0.050$

Digitized by Google

Das 1. System der Bedingungsgleichungen lautet nunmehr:
(Koëffizienten in Logarithmen)

I.	0.4131 Δc	+1.2219$_n$	$(1000\,\Delta n)$ + 0.3738$_n$	$\Delta\varphi$ + 0.2857	$\Delta s = 9.2330_n$
II.	0.4417	1.1355$_n$	8.8979	0.2935	$= 0.5977$
III.	0.0826	0.7298$_n$	0.2417	0.1869	$= 9.6464$
IV.	0.3701	0.9076$_n$	0.3428	0.2445	$= 0.1367$
V.	0.0177	0.4904$_n$	9.9835	0.1434	$= 0.0607$
VI.	0.1650	0.5667$_n$	0.4605$_n$	0.2088	$= 9.5888_n$
VII.	0.2605	0.2688$_n$	0.5490$_n$	0.2398	$= 0.2989$
VIII.	0.0463	8.0687$_n$	9.5161$_n$	0.1826	$= 8.8751_n$
IX.	0.0567	0.2218	0.0097$_n$	0.1836	$= 9.5587_n$

Um die Gleichungen homogen zu machen, führt man die folgenden Unbekannten ein:

$$x = [0.4417]\ \Delta c$$
$$y = [1.2219]\ 1000\ \Delta n$$
$$z = [0.5490]\ \Delta\varphi$$
$$t = [0.2935]\ \Delta s.$$

Der Logarithmus der neuen Einheit wird: 0.5977.

Anm. Ich habe im Vorstehenden allen Gleichungen dasselbe Gewicht gegeben, da mir die Normalörter von gleichem Gewicht zu sein scheinen, auch wenig Anhaltspunkte im vorliegenden Fall vorhanden sind, die Aufschlüsse über die Güte der Oerter zu geben vermögen. Die Zahl der Beobachtungen entscheiden zu lassen, wäre im vorliegenden Beispiel offenbar falsch, denn der Verlauf der Abweichungen zwischen Beobachtung und Ephemeride läßt erkennen, daß einige Oerter, die aus einer gleichen Zahl von Beobachtungen zusammengezogen sind, sicher nicht das gleiche Gewicht verdienen würden. Auch ist die Anzahl der Beobachtungen zu sehr dem Zufall in den verschiedenen Erscheinungen unterworfen und würde als einziges Kriterium des Gewichtes einige Orte ganz unverdienter Weise bevorzugen. Wir können hier umsomehr von den Gewichten absehen, als es sich nur um eine erste Verbesserung meiner mittleren Elemente handelt.

Bildet man aus den homogen gemachten Bedingungsgleichungen die Normalgleichungen, so findet man das folgende System zur Bestimmung von x, y, z, t:

$$+3.974\ x - 2.527\ y - 1.005\ z + 4.934\ t = +1.641$$
$$-2.527\ x + 2.117\ y + 0.401\ z - 2.821\ t = -1.076$$
$$-1.005\ x + 0.401\ y + 2.909\ z - 1.352\ t = +0.006$$
$$+4.934\ x - 2.821\ y - 1.352\ z + 6.534\ t = +1.832.$$

Digitized by Google

Diese Gleichungen werden durch folgende Werte befriedigt:

$$\lg x = 0.2954,\ \lg y = 9.7712,\ \lg z = 9.2443,\ \lg t = 9.9634_n.$$

Daraus ergeben sich dann für die Elemente die Verbesserungen:

$$\Delta c = +2'.83;\ \Delta n = +0'.000140;\ \Delta \varphi = +0'.20;\ \Delta s = -1'.85.$$

Setzt man die Werte von x, y, z, t in die homogen gemachten Bedingungsgleichungen ein, so bleibt in jeder Gleichung ein Fehler δ übrig, aus denen die Quadratsumme $[\delta\delta]$ gebildet wird. Dieser Summenwert muß gleich werden $[ll\,4]$. Hier ist $[\delta\delta] = 0.564$ und der theoretische Wert $[ll\,4] = 0.563$.

Wir kommen nunmehr zu den Bedingungsgleichungen für die Lage der Bahnebene:

(Koeffizienten in Logarithmen)

I.	$0.050_n\,\Delta p +$	$0.196_n\,\Delta q$	$= 9.398$
II.	8.986	0.292_n	$= 8.519$
III.	9.944	0.103	$= 9.356_n$
IV.	0.080	0.124_n	$= 9.029$
V.	9.588	0.138	$= 9.473_n$
VI.	0.173_n	9.802	$= 9.241$
VII.	0.240_n	8.937_n	$= 9.384$
VIII.	9.326_n	0.179	$= 8.342$
IX.	9.780_n	0.149	$= 8.672$

Diese Gleichungen enthielten ursprünglich auch Δc, Δn, $\Delta \varphi$ und Δs. Da aber die Koeffizienten dieser 4 Unbekannten sehr klein sind, so darf man diese Unbekannten für sich aus dem 1. System berechnen und sie dann in das 2. einsetzen, wodurch man zu den vorstehenden Gleichungen kommt. Da also ohnehin die so entstandenen Gleichungen nicht mehr ganz streng sind, anderseits aber die rechten Seiten nur kleine Beträge darstellen, die man höchstens bis zur 3. Dezimale kennt, so habe ich alle Logarithmen nur dreistellig gegeben.

Man führt die Unbekannten ein:

$$u = [0.240]\,\Delta p,\ v = [0.292]\,\Delta q$$
$$\text{Log. der neuen Einheit} = 9.473.$$

Hiermit macht man das System homogen und findet dann als Normalgleichungen:

$$+3.069\,u - 0.101\,v = -2.278$$
$$-0.101\,u + 4.237\,v = -1.900.$$

Hieraus ergibt sich: $\lg u = 9.880_n$; $\lg v = 9.669_n$.

Digitized by Google

Die ursprünglichen Unbekannten werden:

$$\lg \Delta p. = 9.113_n, \quad \lg \Delta q = 8.850_n.$$

Die Verbesserungen der Elemente i, Ω, π erhält man aus den Formeln:

$$\begin{aligned} \Delta i &= \cos \omega \Delta p - \sin \omega \Delta q \\ \sin i \Delta \Omega &= \sin \omega \Delta p + \cos \omega \Delta q \\ \Delta \pi &= \Delta s \qquad + tg \frac{i}{2} \sin i \Delta \Omega. \end{aligned}$$

Es ist hiernach:

$$\Delta i = -0'.04, \ \Delta \Omega = +0'.33, \ \Delta \pi = -1'.85.$$

Das sind die Verbesserungen für die Ekliptikalelemente.

Man setzt jetzt alle Unbekannten in die beiden Systeme von Bedingungsgleichungen ein und kehrt die Vorzeichen um; so erhält man die Restfehler $\cos \chi d\psi$ und $d\chi$ im Sinne Beobachtung — Rechnung. Aus diesen findet man schließlich die Abweichung in Rectascension und Declination aus:

$$\begin{aligned} \cos \delta \Delta \alpha &= \cos \Psi \cos \chi \Delta \psi - \sin \Psi \Delta \chi \\ \Delta \delta &= \sin \Psi \cos \chi \Delta \psi + \cos \Psi \Delta \chi. \end{aligned}$$

Ich stelle hier die übrigbleibenden Fehler für die verschiedenen Koordinaten zusammen:

	$\cos \chi \Delta \psi$	$\Delta \chi$	$\Delta \alpha$	$\Delta \delta$
I.	− 1'.114	− 0'.007	− 1'.25	− 0'.04
II.	+ 1.682	− 0.093	+ 1.78	+ 0.38
III.	+ 0.281	− 0.023	+ 0.32	− 0.02
IV.	− 1.306	+ 0.169	− 1 29	− 0.37
V.	+ 1.026	− 0.150	+ 1.16	− 0.07
VI.	− 0.443	+ 0.026	− 0.39	+ 0.21
VII.	+ 1.012	+ 0.016	+ 0.98	− 0.35
VIII.	− 0.335	+ 0.101	− 0.31	+ 0.20
IX.	− 0.791	+ 0.069	− 0.74	+ 0.35

Ich gebe zum Schluß die mittleren Elemente mit den erhaltenen Verbesserungen und das daraus resultierende neue System mittlerer Elemente:

Die mittlere Anomalie gilt für 1896 Febr. 14.0 (M. Z. Berlin), die Angaben beziehen sich auf die Ekliptik und das mittlere Aequinoctium 1900.0.

Digitized by Google

Ursprüngliche mittlere Elemente.	Verbesserungen.	Verbesserte mittlere Elemente.
$c = 190^0\ 25'.47$	$+ 2'.83$	$= 190^0\ 28'.30$
$\pi = 312\ 26.99$	$- 1.85$	$= 312\ 25.14$
$\Omega = 54\ 46.78$	$+ 0.33$	$= 54\ 47.01$
$i = 3\ 13.33$	$- 0.04$	$= 3\ 13.29$
$\varphi = 9\ 26.12$	$+ 0.20$	$= 9\ 26.32$
$n = 15'.43893$	$+ 0'.000140$	$= 15'.43907$
$\lg a = 0.3888354$	$- 0'.0000026$	$= 0.3888328$

Mit diesen verbesserten mittleren Elementen haben wir also, wie die $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ zeigen, die Bewegung von (138) Tolosa während eines Zeitraums von 22 Jahren so dargestellt, daß mit Ausnahme eines Ortes die Angaben der Rechnung bis auf etwa eine Bogenminute in Rectascension genau ausfallen, während die Declination im Maximum um weniger als 25″ vom wahren Werte abweicht. Es ist zu vermuten, daß für die Zeit bis 1930 oder 1940 wenigstens diese Grenzen nicht wesentlich überschritten werden, zumal da die Epoche der Elemente nahe dem Ende des in der Rechnung berücksichtigten Intervalles liegt. Die angewandte Störungsmethode wird also für längere Zeit noch brauchbare Resultate liefern, wenn es sich darum handelt, die Koordinaten nur so weit anzugeben, daß der Stern ohne zu große Mühe vom Beobachter aufgefunden werden kann.

Ich glaube nicht, daß man durch Mitnahme von mehr Gliedern in den Störungsausdrücken die Darstellung um ein Wesentliches verbessern kann, denn die von mir berücksichtigten Glieder liegen bereits in ihrer Größenordnung bedeutend unterhalb einer Bogenminute. Ich glaube vielmehr, daß die noch vorhandenen Fehler auf Kosten der Saturn-, Mars- und Erdstörungen zu setzen sein werden.

Nachtrag.

Die vorstehende Störungsrechnung erstreckt sich über die Jahre von 1878—1900. Vor dieser Zeit wurde Tolosa in 3 Erscheinungen beobachtet, nämlich 1874 — Jahr der Entdeckung — 1875 und 1877. Außerdem ist noch 1881 eine einmalige Beobachtung dieses Planeten gemacht worden. Ich werde zunächst die Beobachtungen zusammenstellen und für 1874 und 1875 Normal-

Digitized by Google

örter bilden. Für 1877 und 1881 folgen nur die einfachen Beobachtungsangaben.

Erscheinung 1874.

Elemente von Gruber. (A. N. 2056).

Epoche 1874 Juni 29.0 M. Z. Berlin.

$$\begin{aligned} c &= 319^0\ 16'\ 31''.0 \\ \pi &= 310\ 34\ 45.0 \\ \Omega &= 54\ 56\ 15.0 \\ i &= 3\ 15\ 48.3 \\ \varphi &= 8\ 29\ 29.9 \\ \lg a &= 0.385\,548 \\ n &= 936''.883 \end{aligned} \quad \Big\} \ 1874.0$$

Die Ephemeride ist neu berechnet:

1874 M. Z. Berlin	α	δ	$\lg \varrho$	Ab.-Zeit.
Juni 6.5	$16^h\ 11^m\ 18^s.89$	$-22^0\ 41'\ 40''.0$	0.08303	$10^m\ 3^s$
10.5	16 7 23.41	−22 38 23.9	0.08461	10 5
14.5	16 3 44.09	−22 35 6.3	0.08753	10 9
18.5	16 0 25.83	−22 32 1.9	0.09169	10 15
22.5	15 57 32.81	−22 29 26.6	0.09700	10 22

Literatur: A. N. 2034. 2055.
C. R. 81, 512.

Außerdem sind in A. N. 1995 vom Tage der Entdeckung, 1874 Mai 19, bis Juni 7 einige rohe Beobachtungen veröffentlicht, die zur Bildung eines Normalorts nicht benutzt werden konnten und deshalb in der folgenden Zusammenstellung fehlen.

Beobachtungen:

1874	M. Z. Berlin.	*	α_a geoz.	α_z	$\Delta\alpha$ (B—R)
1. Wien Juni 7	$10^h\ 1^m\ 13^s$	1	$16^h\ 10^m\ 23^s.56$	$16^h\ 10^m\ 23^s.74$	− 0.18
2. „ 10	10 12 50	1	16 7 27.81	16 7 27.66	+ 0.15
*3. Paris 12	11 15 1	*M*	16 5 11.59	15 5 33.14	−21.55
4. Wien 16	10 36 52	2	16 2 4.96	16 2 4.93	+ 0.03
5. „ 17	10 9 59	2	16 1 16.86	16 1 16.87	− 0.01
6. Berlin 17	11 27 9	3	16 1 14.51	16 1 14.29	+ 0.22
7. „ 18	11 46 28	4	16 0 26.74	16 0 26.27	+ 0.47
8. „ 20	10 57 17	4	15 58 58.02	15 58 57.79	+ 0.23
9. „ 21	11 32 1	4	15 58 14.47	15 58 14.32	+ 0.15
*10. Paris 22	10 27 56	*M*	15 57 39.81	15 57 35.37	+ 4.44
11. Berlin 22	12 27 15	4	15 57 32.04	15 57 32.06	− 0.02

Digitized by Google

Fortsetzung:

	δ_z geoz.	δ_z	$\Delta\delta$ (B—E)
1.	−22° 40′ 51.″5	−22° 40′ 55.″9	+4.″4
2.	−22 38 21.2	−22 38 27.6	+6.4
*3.	−22 34 19.1	−22 36 46.6	+2′ 27.″5
4.	−22 33 29.6	−22 33 33.6	+4.″0
5.	−22 32 41.3	−22 32 49.3	+8.0
6.	−22 32 40.8	−22 32 46.6	+5.8
7.	−22 31 56.0	−22 32 2.3	+6.3
8.	−22 30 33.4	−22 30 41.3	+7.9
9.	−22 29 54.9	−22 30 1.8	+6.9
*10.	−22 27 44.2	−22 29 28.6	+1′ 44.4
11.	−22 29 22.6	−22 29 27.2	+4.6

Vergleichsterne:

*	α 1874.0	δ 1874.0	Katalog
1	16h 9m 44.ˢ33	−22° 36′ 25.″1	P. 20349
2	16 1 55.29	−22 36 53.5	P. 20178
3	16 1 55.33	−22 36 53.6	½ [A. N. 2054, *60 + P. 20178]
4	15 59 10.84	−22 33 12.9	A. N. 2054, *59

Bei den mit einem Stern * versehenen Pariser Beobachtungen steht in der Veröffentlichung derselben (C. R. 81, 512) die Bemerkung, es sei unsicher, ob der beobachtete Stern wirklich der Planet Tolosa war. Die starken Abweichungen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ zeigen, daß in der Tat beide Male ein Fixstern statt (138) beobachtet wurde. Wir bilden jetzt aus den übrigbleibenden 9 Oertern einen Normalort:

1874. Juni 14.5. M. Z. Berlin.

α_z =	16h 3m 44.ˢ09	δ_z = −22° 35′ 6.″3
Mittel $\Delta\alpha$ =	+ 0.12	$\Delta\delta$ = +6.0
α_{app} =	16h 3m 44.ˢ21	δ_{app} = −22° 35′ 0.″3

Erscheinung 1875.

Elemente und Ephemeride von Plath. (A. N. 2056.)

Elemente: Epoche und Oskulation 1875 Nov. 11.5 M. Z. Berlin.

$$c = 88^\circ\,40'\,27.''05$$
$$\left.\begin{aligned} \pi &= 311\ 22\ 56.44 \\ \Omega &= 54\ 54\ 34.30 \\ i &= 3\ 14\ 25.98 \end{aligned}\right\} 1880.0$$
$$\varphi = 9\ 6\ 5.00$$
$$\lg a = 0.3880548$$
$$n = 928.''8046$$

Digitized by Google

Digitized by Google